Sounkharou Diarra, Moustapha Sokhna

EVALUATION DES ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGES EN GEOMETRIE:DIFFICULTES ET ENJEUX

Résumé

Cette étude explore un domaine très peu travaillé en didactique des mathématiques : les biais lors des évaluations des apprentissages et les malentendus didactiques qui sont à l'origine ou qui en sont issus. Il s'agira donc dans cette recherche de voir comment les malentendus didactiques surtout en géométrie peuvent impacter sur les apprentissages et leurs évaluations. L'étude s'appuie sur un travail de terrain et les éléments de réponse proposés sont issus de l'analyse en termes de paradigmes géométriques des travaux d'élèves et des appréciations de professeurs portant sur ces travaux.

Mots-clés : évaluation, géométrie, malentendu, paradigme, apprentissage.

Abstract

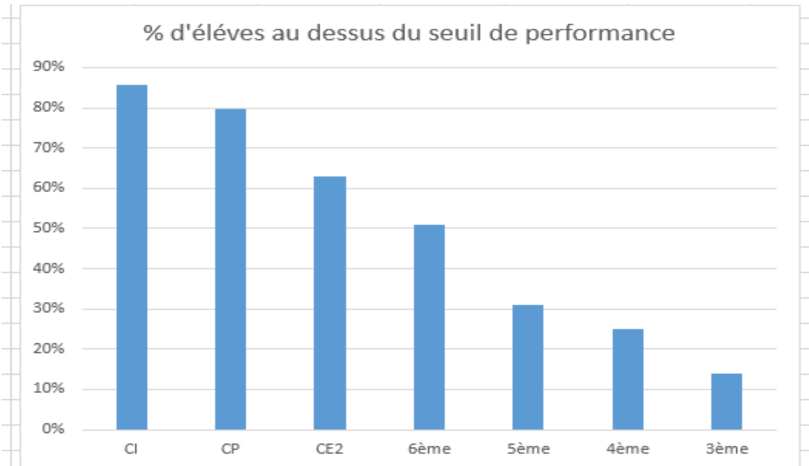
This study explores an area that has received very little attention in didactics of mathematics: the biases in assessments and the didactic misunderstandings that are at the origin or that come from it. It will therefore be in this research to see how didactic misunderstandings especially in geometry can impact learning and their assessments. The study is based on field work and the elements of response proposed come from the analysis in terms of geometric paradigms of student work and teachers' assessments relating to this work.

Keywords: evaluation, geometry, misunderstanding, paradigm, learning.

Introduction

La faiblesse des résultats d'apprentissage en mathématiques se pose presque à tous les niveaux selon les résultats des évaluations nationales et internationales. Elle décrit pour certains l'inefficacité interne des systèmes d'éducation et de formation avec ses corollaires : des taux de redoublement et, surtout, d'abandon relativement élevés. Au Sénégal, la situation est particulièrement préoccupante dans le moyen-secondaire où les évaluations PISA[1] –D 2017 montrent que 92,3 % des élèves n'atteignent pas le seuil de compétences en mathématiques (moins que la moyenne des scores des élèves des pays de l'OCDE[2]). Or, plus de 50 % des élèves de 24 pays de l'OCDE ne sont pas capables par exemple de « comparer la longueur de deux parcours différents ou convertir des prix dans une autre devise » (PISA-2018, p.40).

En géométrie, les résultats du PAQEEB[3] 2016 élémentaire et moyen (collège) montrent que les performances des élèves décroissent drastiquement entre ces deux niveaux d'enseignement comme l'atteste le graphique suivant:



***Graphique n° 1** : Histogramme des pourcentages d'élèves au-dessus des seuils de performance en géométrie dans les différents niveaux*

[1]Programme international pour le suivi des acquis des élèves
[2]Organisation de coopération et de développement économiques.
[3]Projet d'Amélioration de la Qualité et de l'Equité dans l'Education de Base

Au regard de ce graphique, se pose la question : pourquoi cet écart entre les performances réalisées à l'élémentaire et celles obtenues au collège ?

Plusieurs hypothèses peuvent être faites pour expliquer cette baisse de performance. Dans cette étude, celles relatives au niveau de compétences des enseignants seront négligées. En effet les professeurs de collèges en mathématiques, qui ont les élèves les plus faibles, contrairement à la plupart des instituteurs, ont fait des études scientifiques et ont été formés pour enseigner cette discipline.

Deux autres hypothèses méritent d'être étudiées dans ces perspectives selon Giroux (2010) et Roiné (2009) : « l'hypothèse des spécificités » qui explique les difficultés par les structures cognitives de l'apprenant et « l'hypothèse du contrat » dont Brousseau (1980) est l'un des précurseurs, qui indexe les systèmes didactiques, c'est-à-dire, la relation entre l'élève, le savoir et l'enseignant.

La première perspective s'intéresse essentiellement aux dysfonctionnements propres à l'apprenant. Les tenants de cette perspective adoptent un cadre explicatif se rapportant aux domaines de la psychologie développementale, de la neuropsychologie, ainsi que des sciences cognitives. Cependant, Gisèle Lemoyne et Geneviève Lessard (2003) précisent qu'au courant des dernières décennies, les recherches sur les difficultés d'apprentissage ayant adopté un cadre explicatif propre aux sciences cognitives ont obtenu peu de résultats empiriques. Ce constat, de l'avis de ces auteurs, a conduit à une remise en question du caractère immuable des caractéristiques cognitives de l'apprenant et à l'investigation du fonctionnement de l'institution scolaire. Il s'y ajoute que les résultats plus ou moins satisfaisants obtenus à l'élémentaire semblent écarter cette hypothèse.

La seconde perspective explicative des difficultés d'apprentissage repose essentiellement sur des fondements relatifs à la didactique des mathématiques. Elle interprète les difficultés d'apprentissage comme étant la résultante de l'interaction de l'élève avec le système scolaire auquel il participe. Ainsi, selon Perrin-Glorian (1993), les difficultés d'apprentissage de l'élève sont à envisager comme découlant du contrat didactique qui le lie au système didactique. Cette perspective considère l'enseignement sous l'angle de la mise en place des conditions favorables à l'apprentissage par le biais d'interventions didactiques qui prennent en compte à la fois les connaissances mathématiques de l'élève et la spécificité du savoir (Martin et Mary, 2010).

Dans le cadre de notre étude, nous souscrivons à cette seconde perspective. Ainsi pour expliquer les raisons des faibles performances en géométrie au moyen, nous explorons du côté des malentendus didactiques pour voir leur impact sur les apprentissages et les évaluations. Pour se faire, il sera présenté d'abord quelques outils théoriques, ensuite les éléments méthodologiques et enfin quelques résultats obtenus et leurs interprétations.

1. Quelques outils théoriques

Notre étude s'appuie sur deux cadres principaux : le premier est celui des paradigmes géométriques et le second est l'évaluation.

1.1. Le cadre des paradigmes géométriques

Cherchant à

> « comprendre l'effort qui construit la géométrie dans son rapport à l'espace et au monde sensible, Gonseth a dégagé différentes synthèses dialectiques de la géométrie qui s'organisent précisément autour de trois piliers essentiels » (as cited in Houdement & Kuzniak, 2006 ; p. 179)

que sont l'intuition, l'expérience et la déduction. Selon lui, ces piliers sont des modes de pensée qui sont inhérentes à la géométrie et qu'on retrouve donc dans tous les paradigmes de la géométrie enseignée.

- **L'intuition**

Le concept d'intuition renvoie à différents champs de connaissance comme la logique ou la psychologie. Cependant la question du statut de l'intuition et de son rôle dans la connaissance, soulève des problèmes théoriques ou des points de vue plus ou moins différents.

Pour certains, l'intuition est synonyme de connaissance « pure ». Selon Kant (1781), elle est la dimension passive et réceptive de notre connaissance. C'est un moyen dont toute pensée vise à se servir pour accéder à la connaissance. Pour Sartre (1943), l'intuition est plus qu'un moyen. Selon lui, « il n'est d'autre connaissance qu'intuitive. La déduction et le discours, improprement appelés connaissance, ne sont que des instruments qui conduisent à l'intuition ». Cette place importante de l'intuition, il le partage avec Descartes (1628) pour qui « Il n'y a pas d'autres voies qui s'offrent aux hommes, pour arriver à une connaissance certaine de la vérité, que l'intuition évidente et la déduction nécessaire » (René Descartes, Règles pour la direction de l'esprit, XIIe règle)

Cette relation entre l'intuition et la déduction dans l'acquisition de la connaissance montre que ce sont deux modes de pensée distincts mais liés de par leurs fonctions. Cette liaison dynamique est au cœur de cette recherche. En d'autres termes, l'intuition n'est pas figée ou stable selon Houdement et Kuzniak (2006), mais elle évolue en fonction du sujet et de l'objet de connaissance.

- **L'expérience**

Selon le dictionnaire Larousse (langue française), « l'expérience est une pratique de quelque chose, de quelqu'un, épreuve de quelque chose, dont découlent un savoir, une connaissance, une habitude ; connaissance tirée de cette pratique ». En mathématiques, il faut compléter cette définition par le fait que l'expérience est également nourrie par le savoir. En géométrie, pour Houdement et Kuzniak (1999), « faire une expérience en géométrie consistera à vérifier matériellement ce que l'on avance » (p.10). Si le fait qu'à partir de deux points distincts A et B, on ne peut tracer qu'une seule droite peut s'accepter intuitivement, le centre du cercle circonscrit à un triangle ABC est le point de rencontre des médiatrices n'est pas une propriété intuitive à priori mais on peut le vérifier en traçant d'abord les médiatrices du triangle ou des côtés du triangle à l'aide du compas et de la règle, ensuite constatant que le point O de rencontre de ces médiatrices est équidistant des sommets du triangle en traçant le cercle de centre O et de rayon OA.

Selon Kuzniak (2006), la nature de l'expérience géométrique dépend des objets sur lesquels elle s'exerce. A l'école élémentaire, il peut s'agir de pliages, découpages et constructions à la règle et au compas qui constituent la base de cette approche expérimentale. Aujourd'hui, avec l'utilisation des TIC dans l'enseignement-apprentissage, les instruments peuvent être plus complexes : les simulations informatiques qui opèrent sur des objets virtuels, obtenues grâce à certains logiciels (Cabri-géomètre), permettent de découvrir d'autres notions comme les alignements, les positions relatives de droites ou des lieux géométriques.

S'agissant de son rapport avec la théorie, Ferdinand Gonseth (1926, p. 104) précise qu'on « n'expérimente pas sans idée préconçue, de même que notre corps ne peut se mouvoir que selon les normes intuitives inscrites dans nos centres nerveux » pour dire que « l'expérimentation est dépendante d'une construction intellectuelle antérieure ». Il ajoute que « dans toute construction abstraite, il y a un résidu intuitif qu'il est impossible d'éliminer » (Ibid. p. 104).

- **Le raisonnement déductif**

Il existe plusieurs types de raisonnement dont la déduction. La déduction est un raisonnement qui consiste à tirer à partir d'une ou de plusieurs propositions, une autre qui en est la conséquence nécessaire. C'est extraire du particulier à partir de l'universel.

Duval (1995) distingue deux types de raisonnements : la démonstration et l'argumentation. Il désigne par démonstrations « les preuves formelles, à savoir ces preuves qui établissent qu'un résultat est vrai en combinant déductivement — selon les règles de la logique propositionnelle — d'autres résultats déjà démontrés ou admis axiomatiquement ». Et l'argumentation serait une autre forme de raisonnement avec une cohérence propre dont « le développement même dans ses formes les plus élaborées n'ouvre pas une voie vers la démonstration » (Duval, 1992-93, p. 60).

Cependant, pour Houdement et Kuzniak (1999), « le raisonnement déductif ne saurait se résumer à la démonstration basée sur des axiomes bien définis et en nombre réduit », mais l'enfant peut aussi faire des déductions et prouver des affirmations à partir de ses observations et basées sur des constructions. Il revient alors au professeur de le faire passer d'une démarche argumentative à une démarche démonstrative à partir de certaines propriétés des figures qui auront été définies avec lui. « Ces figures deviennent le support adapté pour guider l'intuition, mais elles ne suffisent plus à fournir une preuve » (p. 11). Nous avons retenu cette définition parce qu'elle est à cheval sur le programme de mathématiques de l'élémentaire et celui du moyen.

1.2. Les paradigmes de la géométrie enseignée

Faisant siennes les synthèses dialectiques de la géométrie de Gonseth (1945-1952) qui s'articulent autour des trois modes de pensée développés précédemment (l'intuition, l'expérience et la déduction), Houdement & Kuzniak (2006) ont fait un découpage de la réalité géométrique : la « géométrie naturelle », la « géométrie axiomatique naturelle et la « géométrie axiomatique formaliste ». Ce découpage en trois géométries au-delà du fait qu'il permet de cerner les malentendus didactiques relatifs à l'enseignement de la géométrie, il permet d'analyser les contenus proposés dans des situations d'évaluation de la géométrie dans les classes de l'élémentaire au lycée.

1.2.1. La Géométrie I ou « géométrie naturelle »

La Géométrie I, selon la définition de Kuzniak (2006), est celle qui est utilisée en grande partie à l'élémentaire. Elle a pour source de validation la réalité, le sensible d'où son qualificatif de « géométrie naturelle». Elle correspond à un effort d'abstraction du réel, dans la mesure où la pensée sélectionne pour s'exercer certains aspects des objets s'ils sont matériels ou les traduit en schémas (Caveing, 1997), comme par exemple les figures simples (cercles, carrés...). L'intuition, l'expérience et le raisonnement déductif s'exercent sur des objets matériels, ou matérialisés, grâce à la perception ou la mise en œuvre d'expériences mécaniques réelles comme le pliage, le découpage ou leur pendant virtuel. L'exemple ci-dessous est proposé pour illustrer le sens de la Géométrie I.

Trace un rectangle ABCD. Place le milieu I du côté [AB], puis vérifie que ID =IC

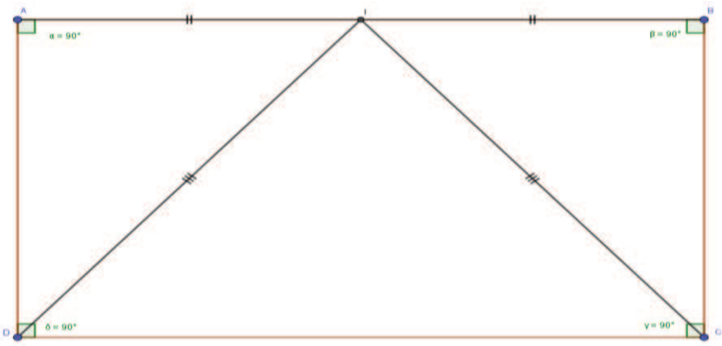


Figure n°1 : Exercice extrait du manuel de géométrie CM2 des classes pilotes du Sénégal (p. 16)

La construction du rectangle peut se faire avec différents instruments : en utilisant l'équerre et la règle graduée ou le compas et la règle non graduée. Pour vérifier que ID = IC, l'élève peut également mesurer les segments [ID] et [IC] par la règle graduée ou utiliser l'écartement du compas pour les comparer. Mais la validation se fait après pliage, découpage et superposition des triangles AID et IBC. Le travail est alors tout entier situé en Géométrie I, utilisant expérience et raisonnement, guidés par l'intuition.

1.2.2. La Géométrie II ou « géométrie axiomatique naturelle »

Dans cette géométrie,

> « la source de validation se fonde sur les lois hypothéticodéductives dans un système axiomatique aussi précis que possible. Mais le problème du choix des axiomes se pose. La relation avec la réalité subsiste encore dans cette géométrie, dans la mesure où elle s'est constituée pour organiser les connaissances géométriques issues de problèmes spatiaux ». Houdement & Kuzniak (2006, p. 181).

L'axiomatisation est une formalisation qui n'est pas totale ici. C'est une géométrie qui selon Houdement et Kuzniak (1999, p. 13), « n'est pas réduite au naturel, mais qui conjugue les notions d'horizon de la réalité, de schéma et de modèle. Cette géométrie ne prétend pas comme la géométrie naturelle qu'elle est la réalité, mais elle aspire à être un schéma de la réalité ». Elle est beaucoup plus utilisée dans le collège. L'exemple ci-dessous est pour nous une illustration de la Géométrie II.

On donne un triangle BHS rectangle en H. Marque le pont U symétrique de B par rapport à H. Justifie que le triangle BUS est isocèle.

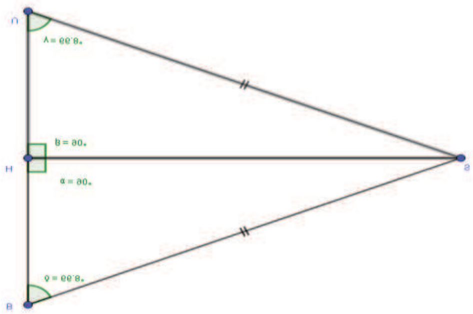


Figure n°2 : Exercice extrait de la collection Excellence maths 4e page 35

Après avoir placé le point U symétrique de B par rapport à H, l'élève peut être tenté à comparer avec la règle graduée ou le compas les côtés BS et US, car une évidence intuitive fournie par le dessin effectué par l'élève est que BS = US. Or le travail demandé est par convention en Géométrie II. La relation avec la figure subsiste, mais la validation se fonde sur les lois hypothéticodéductives. Le travail est demandé à des élèves de quatrième qui ont appris que la symétrie centrale conserve la distance. Ainsi partant du fait que le triangle BHS est rectangle en H et que U est le symétrique de B par rapport à H, [HS] devient la médiatrice de [BU]. Or un triangle dans lequel la médiatrice d'un côté passe le sommet opposé à ce côté est isocèle.

1.2.3. Géométrie III ou « géométrie axiomatique formaliste »

C'est une géométrie fondée sur les axiomes et non sur le sensible. La primauté est accordée au raisonnement logique. Pour Houdement et Kuzniak (2006), la différence essentielle entre Géométrie II et Géométrie III, « porte sur la complétude du système d'axiomes : en Géométrie III, l'axiomatisation n'est plus partielle » (p. 181) comme en géométrie II, mais elle est totale. Ainsi, pour Wittgenstein (1975, p. 205), « Les axiomes d'une géométrie peuvent ne contenir aucune vérité ». Selon Houdement et Kuzniak (1999), cette conception a permis d'introduire dans l'enseignement « une géométrie élémentaire basée sur l'algèbre linéaire dont l'espace sous-jacent est l'espace $\mathbb{R}^3$ muni d'un produit scalaire ». Ainsi Dieudonné (1964), parlant de l'algèbre linéaire et de la géométrie élémentaire, montrait qu'on peut se passer des figures géométriques en « géométrie axiomatique formaliste ». Elle est souvent utilisée dans le supérieur. Pour illustrer prenons la notion de distance en mathématiques.

Etant donné un ensemble E, est appelée une distance toute application d de ExE dans $\mathbb{R}_+$ vérifiant les trois conditions ci-dessous :

- D1. $(x = y) \Leftrightarrow (d(x, y) = 0)$;
- D2. $(\forall x, y \in E)$, $d(x, y) = d(y, x)$;
- D3. $(\forall x, y \in E)$, $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$.

Posons $E = \mathbb{R}\times\mathbb{R}$;

Soient $u(a, b)\ et\ v(c, e)$ deux éléments de $\mathbb{R}^2$ et posons : $d(u, v) = |a - c| + |b - e|$.

d est bien une distance suivant la définition qui est donnée. Avec cette définition, le cercle de centre O (0,0) et de rayon 4 serait :

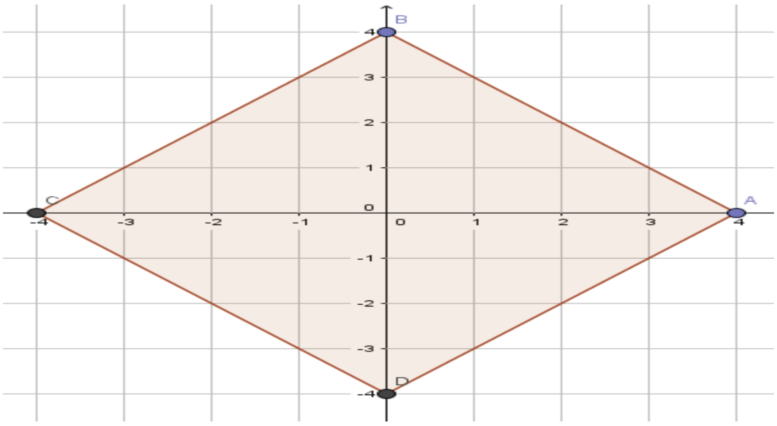


Figure n°3 : cercle de centre O et de rayon 4

Mais quelles exploitations pouvons-nous faire de ces paradigmes géométriques dans nos évaluations ? Et qu'est-ce qu'une évaluation ?

1.3. L'évaluation

Selon *le Robert*, évaluer c'est : porter un jugement sur la valeur de …, estimer, calculer, chiffrer, déterminer par le calcul, fixer approximativement, apprécier, etc.

Pour De Ketele (1986),

> « l'évaluation est le processus qui consiste à recueillir un ensemble d'informations pertinentes, valides et fiables, puis à examiner le degré d'adéquation entre cet ensemble d'informations et un ensemble de critères choisis adéquatement en vue de fonder la prise de décision » (p. 42).

Cette dernière définition nous parait plus complète et plus adéquate lorsqu'on se situe dans la perspective d'analyser des appréciations différentes par rapport à un travail donné. C'est donc celle-là que nous retenons dans le cadre de cette étude. L'analyse de cette définition permet de percevoir que l'évaluation est un processus complexe qui a des visées bien déterminées et que pour être valable, c'est-à-dire pour pouvoir donner des informations pertinentes sur l'installation de la compétence en résolution de problème géométrique par exemple, elle doit obéir à un certain nombre de valeurs qui seront évoquées ci-dessous.

Ainsi la théorie de l'évaluation, la deuxième à laquelle nous souscrivons dans le cadre de cette étude, offre des méthodes et techniques pour la construction et l'application de nouveaux instruments d'évaluation qui soient compatibles avec les objectifs et la nature de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques. Ceci implique que des formes d'évaluation doivent permettre de mesurer les progrès des élèves en ce qui concerne l'acquisition des différents composants d'une disposition à mathématiser le réel, telle qu'elle a été décrite dans la partie précédente.

Il existe alors différents types d'évaluation selon la fonction : une évaluation diagnostique, une évaluation formative et une évaluation sommative (certificative). Mais dans la perspective de cette étude, c'est surtout l'évaluation sommative et/ou formative réalisée en classe qui nous intéresse, cela dans un souci de voir comment les malentendus entre élèves et enseignants d'une part et entre enseignants eux-mêmes d'autre part peuvent impacter les résultats de l'évaluation.

2. Les éléments méthodologiques

Les malentendus didactiques entre enseignants (surtout entre maitres d'école et professeurs de collège) ou entre enseignants et élèves peuvent être liés à plusieurs facteurs.

Pour MELS[4] (cité par Giroux, 2013),

> « c'est au regard des compétences définies par le Programme de formation que se manifestent les difficultés d'apprentissage. Elles touchent plus particulièrement les compétences à lire, à communiquer oralement ou par écrit et à utiliser la mathématique. Les difficultés d'apprentissage sont généralement liées à des difficultés à utiliser des stratégies cognitives et métacognitives et à bien exploiter certaines compétences transversales » (p. 61).

Il nous semble alors important dans cette partie de présenter quelques caractéristiques de nos programmes et manuels scolaires qui peuvent être sources de malentendus, pour ensuite terminer par l'impact de ces malentendus sur les évaluations. Ces caractéristiques des programmes

[4] Ministère de l'éducation, des loisirs et du sport du Québec

sont relatives à leurs structurations, à la nature des contenus (types de géométrie) et aux approches pédagogiques préconisées qui sont analysées à l'aide de grilles.

3. Analyse des programmes et des manuels

Notre système a connu une suite de programmes dont les derniers en lice sont le curriculum de l'éducation de base (CEB) pour l'élémentaire et les programmes de mathématiques de 2006 pour le moyen-secondaire. L'analyse de ces programmes a montré un certain nombre de spécificités de part et d'autre qui ne militent pas en faveur d'une progression continue et homogène de l'enseignement-apprentissage des mathématiques. En effet le curriculum de l'éducation de base conformément à sa dénomination devrait couvrir l'élémentaire et le moyen alors qu'il n'a été implanté que dans l'élémentaire créant ainsi un hiatus entre les deux programmes. Celui de l'élémentaire s'articule autour d'une compétence globale dite compétence de cycle déclinée en trois compétences d'étapes (étapes CI-CP, CE1-CE2 et CM1-CM2). Les compétences d'étapes sont à leur tour déclinées en compétences disciplinaires dont celles de la géométrie. Pour ce qui est du moyen-secondaire, dans les programmes en vigueur (ceux de 2006 présentés comme « programmes pédagogiques opérationnels », il est difficile, voire impossible de situer la ligne de démarcation entre l'APC[5], la PPO[6] et une autre entrée.

Ce déficit d'articulation noté dans la structuration des deux programmes (élémentaire et moyen) complique la tâche pour la continuité des enseignement-apprentissages.

Il s'y ajoute que, de l'élémentaire au moyen-secondaire, le mot géométrie ne couvre pas le même type d'activités, ni de raisonnement. En effet, nos programmes de géométrie à l'élémentaire sont structurés autour de deux catégories : les objets de l'espace et les actions sur ces objets géométriques. L'un des principes didactiques clés est que l'espace mathématique ne se constate pas, mais il se construit. C'est pourquoi la géométrie à l'école élémentaire sera pour l'essentiel un enseignement du tracé géométrique. C'est l'aptitude et l'habitude du traçage et de la construction manuelle qui fondent et enrichissent le concept géométrique. On est alors en Géométrie I où les trois modes de pensée doivent exprimer une règle de construction. En effet, la

[5] Approche par compétence
[6] Pédagogie par objectif

conception véritable de l'espace géométrique est présente, mais la déduction se fait à l'aide de la perception et de la manipulation d'instruments.

Tandis qu'au moyen-secondaire, le dialogue entre l'enfant et l'espace physique s'appauvrit progressivement pour céder la place à une géométrie plus abstraite. L'initiation à la démonstration qui commence dès la quatrième et « procédant de règles d'une logique intangible est considérée comme indépendante des figures » (Laborde, 1985, p. 28). Le raisonnement logique (fondé sur des lois hypothético-déductives) occupe une bonne place dans ce programme du moyen-secondaire. Il s'agit de la Géométrie II (et/ou Géométrie III) où les propriétés et la démonstration deviennent un aspect privilégié.

Cette diversité de la conception de la géométrie à travers les programmes n'est pas sans conséquences sur l'enseignement-apprentissage de cette discipline. Selon Houdement et Kuzniak (1999, p. 8), « une grande partie de la confusion qui règne dans l'enseignement autour de la géométrie résulte de la diversité de points de vue qui renvoie finalement à des conceptions et à des approches méthodologiques différentes ».

Ces différences ou ruptures sont également perceptibles à travers les manuels. Si la quasi-totalité des exercices modèles proposés dans le guide pédagogique[7] de la troisième étape sont axés sur la construction géométrique, alors dès l'entrée au collège, on demande à l'élève de justifier ses réponses. L'exemple suivant extrait du manuel de 6^{e} de la« Collection Interafricaine de mathématiques » (CIAM) en est une illustration.

Exercice 32 page 27 (CIAM 6^{e}) :

Trace deux droites perpendiculaires (D1) et (D2). Construis trois droites parallèles à (D1). Quelle est la position de (D2) par rapport à ces trois droites ? Justifie ta réponse.

L'élève devrait commencer à argumenter pour justifier. Il commence une autre forme de raisonnement avec une cohérence propre. Ce qui n'est pas sans difficultés majeures pour les élèves et les enseignants. En effet, comme le souligne Duval (2005), c'est le constat perceptif

[7] Le guide pédagogique constitue le document de référence pour la mise en œuvre du CEB (il n'existe pas encore de manuels de mathématiques de la 3^{e} étape de l'élémentaire agréés par le ministère.

immédiat que l'élève fait de l'exercice qui reste prédominant et guide le reste de son raisonnement. Alors très souvent, il fait un raisonnement ou des types de preuve qui ne sont pas mathématiquement validés ou en tout cas qui sont différents du résultat attendu. Or selon Duval (2005), toute la difficulté pour nos enseignants est comment faire passer les élèves d'un type de preuve à un autre.

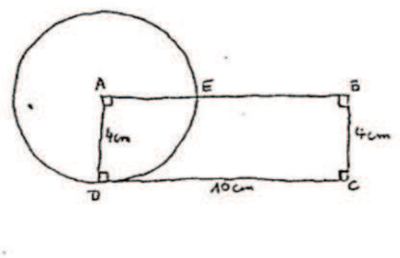
Ces ruptures ou désarticulations constatées dans les programmes et manuels associées aux exigences de rigueurs qui caractérisent les mathématiques ne permettent un bon passage de relais entre l'élémentaire et le collège que dans un système didactique où les enseignants sont avertis et bien préparés.

4. Impacts des malentendus didactiques sur les évaluations

Deux activités principales ont été au cœur de cette étude. Chaque activité est subdivisée en deux parties : le contexte de l'étude et une analyse de l'activité.

4.1 Activité 1

a) Le contexte de l'étude



Sur ce dessin à main levée, on a représenté un rectangle ABCD et un cercle de centre A qui passe par D. Les mesures réelles sont en centimètres.
Ce cercle coupe le segment [AB] au point E.
Trouve la longueur du segment [EB].
………………………………………
Explique ta réponse : ……………………
…………………………………………

Cet exercice est extrait de l'article de Houdement et Kuzniak (2006). L'objectif pour cette étude est de voir si les élèves dans l'exécution des tâches seront en ETG1[8] ou en ETG2. Dans le cadre de cette étude, l'activité est proposée à des élèves de 4^{e} (9^{e} année d'étude) via leur professeur lors d'une séance de travaux dirigés (TD) à laquelle nous avons assisté. Nous l'avons menée auprès de 82 élèves de 4^{e}. Le tableau ci-dessous fait le résumé des réponses proposées par les élèves.

[8] ETG1 signifie espace de travail géométrique1 : c'est un environnement de travail organisé autour de la Géométrie I avec les moyens théoriques et les instruments nécessaires pour résoudre un problème géométrique.

Tableau n°1* : *Statistiques relatives aux différentes solutions proposées par les élèves dans l'activité 1

Réponses obtenues	Pourcentages d'élèves par rapport aux types de réponses proposées
Réponse attendue (en Géométrie II) : 6 ou 6 cm avec raisonnement	18,29 %
Longueur mesurée sur le dessin (Géométrie I) (environ 5 cm)	69,52 %
Autres réponses	12,19 %

b) Analyse de l'activité

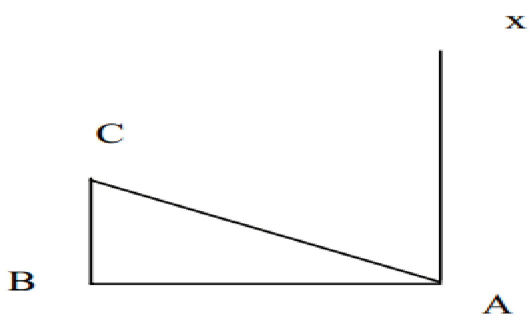
Le travail demandé, compte tenu du niveau des élèves (classe de 4^{e}), est en Géométrie II, mais la plupart des élèves (69,52 %) restent en Géométrie I en prélevant les informations sur le dessin (mesures en contradiction avec les informations textuelles). Ils concluent par une expérience ou une perception en Géométrie I alors qu'une déduction en Géométrie II est attendue par les concepteurs de l'épreuve. Le dessin devrait juste constituer un support qui permettrait de voir que la distance AE est équivalente au rayon du cercle qui est connu (4cm). Donc la longueur du segment [EB] est égale à la longueur du rectangle (10cm) moins le rayon du cercle (EB= 10cm - 4cm = 6cm). Le raisonnement peut s'appuyer sur le schéma, mais la validation est fondée sur les lois hypothético-déductives.

Cet exemple traduit une ambiguïté chez les élèves quant au choix des paradigmes. Dans quel paradigme se placer pour résoudre tel ou tel problème ? Le constat général est que jusqu'en 3^{e} année de collège, les élèves sont toujours sur la géométrie I. Cela atteste toute la difficulté qu'ont les professeurs pour faire passer les élèves d'un paradigme à un autre. Ainsi, le malentendu entre professeur et élève se pose le plus souvent au niveau de la validation du raisonnement. En effet en corrigeant l'exercice, le professeur semble ne pas comprendre les difficultés rencontrées par les élèves pour sortir de la géométrie I. Il a fait constater que la longueur AE est égale au rayon du cercle et que le segment [AB] représente une longueur du rectangle. La prise en charge des difficultés de ce type peut être faite par le choix des variables didactiques. Si par exemple, dans l'exercice en question il s'agissait de cercle de centre A et de rayon r, les élèves ne mesureraient certainement pas. Et la recherche de solution passerait nécessairement par un raisonnement déductif qui s'appuie sur le dessin pour utiliser d'autres propriétés. La correction de l'enseignant, au-delà de son caractère subjectif, ne favorise pas une transparence de l'activité évaluative telle quelle est décrite plus haut.

4.2 Activité 2

a) Le contexte de l'étude

On donne le triangle ABC rectangle en B tel que AB = 4 cm et BC = 2 cm. La demi-droite [Ax) est perpendiculaire à la droite (AB). M est un point de la demi-droite [Ax). Existe-t-il un point M tel que le triangle ACM soit équilatéral ? Justifiez.



Voici la solution proposée par un élève : « Pour savoir si le triangle ACM est équilatéral, on peut essayer de construire ce triangle sur la figure à l'aide du compas. On place la pointe du compas en A et on prend une ouverture équivalente à la valeur AC, on trace l'arc de cercle sur la demi-droite [Ax). On procède de la même manière en mettant la pointe du compas en C. On se rend compte que le sommet n'est pas sur [Ax) donc le triangle n'est pas équilatéral.»

Justification : « Ceci peut s'expliquer par le fait que dans un triangle équilatéral, les angles sont égaux et leur somme vaut 180°. Chacun vaut 60°. Dans ce cas lorsqu'on mesure grâce à un rapporteur, on remarque que CÂM est supérieur à 60°, CÂM=64°. »

Consigne : Appréciez par une note chiffrée (sur 10) la réponse de l'élève, puis justifiez la note.

Cette activité est destinée aux professeurs de collèges, aux professeurs de lycées, aux professeurs d'établissements mixtes et aux maitres de CM2. Les objectifs visés étaient de voir : si élèves et professeurs sont sur les mêmes paradigmes pour la résolution de cet exercice et si également entre enseignants, on est sur le même paradigme pour apprécier le travail de l'élève.

Le choix de l'exercice est guidé par deux préoccupations majeures :

- Le premier critère est que l'exercice soit axé sur la Géométrie II utilisée dans les collèges ;

- Le deuxième critère est que la solution de l'exercice puisse être appréhendée aussi bien en Géométrie I qu'en Géométrie II.

b) Analyse de l'activité

Il s'agira dans cette partie de présenter et d'analyser les résultats de l'activité 2 en termes de paradigmes géométriques.

Pour 15 professeurs et 2 maitres interrogés, 13 réponses ont été obtenues et présentées dans le tableau ci-dessous.

Tableau n°2 : Appréciations du travail de l'élève par les enseignants

Intervalles des notes attribuées à l'élève	**Nombre d'enseignants ayant attribué une note dans l'intervalle donné**	**Justifications données par les enseignants**
[0, 4]	0	Néant
]4, 6]	7	C'est la justification qui pose problème, on ne saurait accepter une justification uniquement basé sur la construction.
]6, 8]	3	L'élève a été pertinent par rapport à la justification
]8, 10]	2	Bon travail (il s'agit des 2 maitres de CM2)

Les notes ont été classées par intervalles en fonction des justifications sauf une dont il n'y avait aucune cohésion entre la note attribuée et la justification donnée.

Au regard de ce tableau, deux constats se dégagent. Le premier constat est que seul trois (3) enseignants ont validé la justification de l'élève. Les autres ont fustigé la forme de géométrie utilisée par l'élève pour justifier sa réponse. On constate là également que les élèves et les professeurs sont sur des types de géométrie différents pour la validation. Le second constat est que les enseignants eux-mêmes (surtout professeurs et maitres de CM2) ne sont pas sur les mêmes paradigmes dans l'appréciation du travail de l'élève. En effet nous avons trois tendances :

- Sept (7) enseignants (tous professeurs de collège qui ont donné des notes comprises entre 4 et 6) estiment que l'élève devrait être en géométrie II. Qu'il devait partir de la construction pour ensuite aller vers d'autres lois ou propriétés lui permettant de faire une démonstration plus rigoureuse et par conséquent plus convaincante. « C'est la justification qui pose problème, on ne saurait accepter une justification uniquement basé sur la construction ».

- Trois (3) enseignants (tous professeurs de collège qui ont donné des notes comprises entre 6 et 8) sont dans des situations hybrides ; ils sont entre la Géométrie I et la Géométrie II. Bien qu'ils trouvent que « l'élève a été pertinent par rapport à la justification », ils n'ont pas donné la note maximale.

- Une minorité (un (1) professeur et les deux (2) maitres de CM2) pour qui, l'élève a bien traité l'exercice. Ces enseignants sont en Géométrie I.

Conclusion

Nous avons rappelé les trois synthèses (développées dans les travaux de Houdement et Kuzniak (2006)) qui permettent d'articuler de manière cohérente la progression globale de l'enseignement de la géométrie : la géométrie naturelle (Géométrie I), la géométrie axiomatique naturelle (Géométrie II) et la géométrie axiomatique formaliste (Géométrie III). Cependant nous estimons que les trois modes de pensée inhérents à toute géométrie qui évoluent selon les niveaux d'étude doivent faire l'objet de formation ou de clarification pour les enseignants. En effet, l'étude a montré que ces derniers n'ont pas toujours les mêmes modes de validation dans la résolution d'un problème géométrique entrainant du coup des écarts dans les évaluations. Il semble également important d'imprégner les concepteurs de manuels (de l'élémentaire et du secondaire) pour mieux prendre en compte la dimension continuité dans la progression. Au lieu de proposer exclusivement des activités en Géométrie I au CM2, ils peuvent faires des incursions dans la Géométrie II pour préparer l'élève à mieux aborder le collège.

En somme, ces activités, ont montré l'impact des malentendus didactiques sur les évaluations en géométrie. Ignorant l'enjeu et le rôle des paradigmes géométriques dans le processus d'évaluation, les enseignants ont souvent tendance à sanctionner négativement les élèves non pas parce que ces derniers ne comprennent rien de ce qui leur est demandé, mais parce qu'ils (enseignants et élèves) sont sur des géométries différentes. Or, s'il est vrai que l'évaluation (formative) doit être au service de l'enseignement (comment évaluer pour enseigner ?), se pose alors la problématique de la formation des enseignants par rapport à cette question des paradigmes géométriques.

Références bibliographiques

Brousseau, G. (1980). L'échec et le contrat. Recherches, 41 (La politique de l'ignorance. Mathématiques enseignement et société.), 177 -182.

Caveing , M. (1997) *La figure et le nombre*, Septentrion, Lille

De Ketele, J. M. (1986). *L'évaluation : approche descriptive ou prescriptive ?* De Boeck-Wesmael, Bruxelles.

Descartes, R. (1628). *Règles pour la direction de l'esprit, XIIe règle.*

Dieudonné, J. (1964). *Algèbre linéaire et géométrie élémentaire*, Hermann, Paris, 1964

Duval, R. (1992). *Argumenter, démontrer, expliquer : continuité ou rupture cogninitive*. Petit x n° 31, pp. 37- 61.

Duval R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine.* Éditions Peter Lang*, coll. Exploration, recherches en sciences de l'éducation*. Berne, Suisse.

Duval, R. (2005). Compréhension des démonstrations, développement de la rationalité, formation de la conscience individuelle, Actes du colloque du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec GDM 2005

Giroux, J. (2010). Pour une différenciation de la dyscalculie et des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Dans V. Freiman, A. Roy et L. Theis (dir.), Actes de colloque du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec 2010 (pp. 148-158).

Giroux, J. (2013). Etude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire : Problématique et repères didactiques

Gonseth F. (1926). Les fondements des mathématiques. De la Géométrie d'Euclide à la Relativité générale et à l'lntuitionnisme, Préface de Jacques Hadamard, 1926.

Gonseth F. (1945-1955). *La géométrie et le problème de l'espace*, Éditions du Griffon, Lausanne.

Houdement C. & Kuzniak A. (1999). Géométrie et paradigmes géométriques « petit x » n° 51 (pp. 5 à 21). ISSN : 0759-9188

Houdement C., & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie, *Annales De Didactique Et De Sciences Cognitives*, volume 11, p. 175 – 193

Kant, E. (1781). La Critique de la raison pure.

Laborde,C. (1985). Quelques problemes d'enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire.

Lemoyne, G et Lessard, G. (2003). Les rencontres singulières les élèves présentant des difficultés d'apprentissages en mathématiques et leurs enseignants. Education et francophonie, 21(2).

Martin, V. et Mary, C. (2010). Particularités de l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté en classes régulières ou spéciales.

Perrin-Glorian, M.-J. (1993). Questions didactiques à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes « faibles ». Recherches en didactique des mathématiques

Roiné, C. (2009). Cécité didactique et discours noosphériens dans les pratiques d'enseignement en S.E.G.P.A : une contribution à la question des inégalités. (Thèse doctorale inédite). Université Victor Segalen Bordeaux 2, Bordeaux, France.

Sartre, J.P. (1943). L'Être et le Néant, sous-titré essai d'ontologie phénoménologique.

Wittgenstein, L. (1964) 1975 Remarques philosophiques, Gallimard.

Loi n° 91-22 du 16 février 1991 portant orientation de l'Education nationale, modifiée.