

L'ETONNANT STATUT «METALOGIQUE» DES VERITES GENERALES CHEZ GEORGE BOOLE

Boubacar Siguiné SY, Docteur en Philosophie, Assistant au Département de Psychopédagogie, Faculté des Sciences et Technologies de l'Education et de la Formation (FASTEF) Université Cheikh Anta DIOP de Dakar (UCAD), Sénégal
Email : siguine2000@yahoo.fr ; Téléphone : + 221 77 651 79 79

RESUME

George Boole, logicien et mathématicien anglais du XIX^e siècle, auteur entre autres de *l'Analyse mathématique de la logique* (1847) et *des Lois de la pensée* (1854) a eu comme projet de fonder la science, notamment la logique, de science du raisonnement au calcul des propositions à partir de bases solides susceptibles d'éclairer l'origine et le fonctionnement des lois de l'univers et de la pensée humaine.

Sa logique se veut une sorte de complément, de simplification et de généralisation de la logique d'Aristote par son algébrisation et sa symbolisation grâce à deux notions : l'univers du discours et la quantification du prédicat...Penser équivaut alors à raisonner dans le langage symbolique d'un calcul. Penser devient calculer.

Pourtant, la science elle-même, fondamentale ou expérimentale repose sur des propositions générales (principes, postulats, axiomes...) dont la démonstration de la validité est sujette à caution. En effet, la déduction logique comme la preuve inductive semblent d'une part déboucher sur une impasse, car elles demandent à être admises comme vraies sans aucune démonstration ou preuve absolues. D'autre part, la quête de la vérité certaine, d'un ordre et d'une finalité amène Boole à accrédi-ter l'idée d'une identité entre le monde et la raison basée sur la vraisemblance et la probabilité à la manière d'un Karl Popper, à tout le moins d'une cohabitation, d'une extension entre logique et métalogue, pour ne pas dire entre science et métascience ?

Y a-t-il un paradoxe apparent ou réel, du à l'imperfection de nos sens et par suite à l'irrésolution de l'univers et de l'inachèvement de la science? La croyance humaine en la possibilité d'une réduction progressive de l'ignorance n'engendre t-elle pas la possibilité d'une transparence totale et à une intelligibilité absolue du monde matériel et intellectuel à la manière du démon omniscient de Laplace?

« Tous ces résultats (...) (de recherche sur la constitution de l'intelligence) ne sont pas à considérer simplement comme des conclusions probables obtenues par analogie, mais peuvent légitimement être tenus pour des vérités scientifiques. Qu'on les qualifie ou non de métaphysiques n'importe guère.»

G. Boole : Les lois de la pensée, XXII, 3, 385.

Introduction

Il peut paraître paradoxal de parler de statut «métalogique» des vérités générales dans l'épistémologie de George Boole. En effet, ce dernier est connu comme un mathématicien et un logicien éminent du milieu du XIX^e siècle, dans une Angleterre rationaliste, empiriste et positiviste dominée par les idées de Isaac Newton (1642-1727), John Locke (1632-1704)¹ et de David Hume (1711-1776)². A leur suite, après les grands systèmes philosophiques de Descartes, Leibniz, Spinoza, Hegel, Comte, il était encore de bon ton d'être réticent, voire radicalement opposé à ce qui relevait des spéculations générales sans aucun fondement rationnel ou expérimental valide.

Les généralisations plus ou moins abusives étaient considérées par beaucoup au pays de Locke et de Hume comme indignes d'intérêt heuristique dans la mesure où elles ne reposeraient sur aucune base fiable ou vérifiable, que d'aucuns, à l'image d'un Karl Popper³, considéreraient aujourd'hui comme vraisemblable.

Le contexte historique et intellectuel général est donc aussi celui de la disparition du dernier grand système philosophique avec Hegel, de l'essor de différentes sciences comme la chimie avec Lamarck, la biologie avec Charles Darwin, la sociologie avec Auguste Comte...⁴ Un nouvel espoir accompagne la révolution culturelle, industrielle et sociale dans une nouvelle Europe, une Angleterre isolée qui cherche à briser son insularité scientifique et surtout mathématique avec l'Ecole des Algébristes de Cambridge avec D.F. Gregory, A. Cayley,

W. De Morgan, W. Thompson... qui prônent une plus grande formalisation et une algébrisation de la logique.

Durant cette même période, les deux œuvres majeures de Boole, l'Analyse mathématique de la logique et les Lois de la pensée⁵ sont publiés en Angleterre respectivement en 1847 et en 1854. Elles sont devenues des classiques de l'histoire de la logique et semblent, a priori, très loin de spéculations «au-delà de la logique».

Pourtant, la recherche des fondements des propositions générales de la science semble d'une part déboucher sur une impasse, car elles demandent à être admises comme vraies sans aucune démonstration ou preuve. D'autre part, la quête irrépessible de la vérité, d'un ordre et d'une finalité n'amène t-il pas Boole à accrédi-ter l'idée d'une identité, à tout le moins d'une cohabitation entre logique et métalogue, pour ne pas dire entre science et métascience ?

Cette cohabitation ne semble-t-elle pas donner lieu à un optimisme fécond à l'image de la cohabitation, voire de la quasi-confusion qui existerait chez lui entre logique et algèbre ? Si paradoxe il y a, est-il apparent ou réel eut égard à l'imperfection de nos sens et à la limitation relative des données disponibles ? La croyance booléenne en la possibilité d'une réduction progressive voire d'une disparition prochaine des entraves au progrès de la science n'ouvrirait-elle pas la voie à une transparence totale et à une intelligibilité absolue du monde matériel et intellectuel à la manière du démon de Laplace ?

Mais peut-on parler d'«aveuglement» de Boole qui, méconnaissant la profondeur et la fécondité de ses travaux lorsque, dans un ultime projet de «livre à venir», veut parler aux philosophes dans leur propre langage ? Ses véritables héritiers sont-t-ils réellement les mathématiciens ? ne sont-ils pas les philosophes ?

I-L'impasse de fondements ultimes

La logique qualitative aristotélicienne domina la pensée occidentale et musulmane durant pratiquement 20 siècles, c'est-à-dire de l'Antiquité grecque au XIX^e siècle⁶. Chez

Aristote, nous avons affaire à une logique des propositions dont la figure la plus connue est le syllogisme classique avec ses multiples et complexes figures et modes. A partir de prémisses acceptées comme vraies, celui-ci permet, par des procédures logiques mécaniques aveugles, de tirer une conclusion nécessaire.

A l'image d'Aristote, Boole définit la logique comme la science des relations entre les propositions, que celles-ci portent sur les relations entre les choses ou les événements, ou (...) sur les relations entre les propositions elles-mêmes, leurs combinaisons. Mais il s'en distingue en ce sens qu'il la trouve incomplète, inachevée et complexe. D'où son intention de simplifier et de généraliser la logique d'Aristote pour lui donner plus de clarté, de précision et de certitude.

Comment procède-t-il ? En considérant simplement la logique comme un calcul symbolique qui utilise des signes et des procédures mécaniques. Il introduit des symboles et des opérations qui simplifient ces différentes relations entre les choses, les événements ou les propositions. Ainsi, il aspire à faire de la logique «un système de procédures effectuées à l'aide de symboles ayant une interprétation définie et soumis à des lois qui ne se fondent que sur cette interprétation ».⁷

Avec Boole, nous sommes donc en présence d'une certaine identité entre logique et algèbre. Ces deux sciences sont en effet similaires dans leurs fondements, leurs procédures et leurs conclusions. Leurs lois sont identiques à une exception près ⁸ : celle de la loi des indices : $x^2=x$.

La rupture et l'originalité de Boole, selon Diagne, ont consisté entre autres à présenter la logique qualitative de tradition aristotélicienne sous une forme numérique. Elle devient quantitative, symbolique et algébrique. Le nombre et le calcul algébrique sont mis à contribution pour asseoir davantage de rigueur, de précision et de certitude. Cette rencontre, préparée et favorisée par l'Ecole des Algébristes de Cambridge, entre algèbre abstraite et réforme logique a permis de considérer (...) la logique,

comme la science du raisonnement et non plus seulement celle des nombres et des quantités.

La logique booléenne est donc une sorte de complément, de simplification et de généralisation de la logique d'Aristote grâce à deux notions : l'univers du discours et la quantification du prédicat...Penser équivaut alors à raisonner dans le langage symbolique d'un calcul. Penser devient calculer. La découverte semble nouvelle, pourtant elle est simplement mise au goût du jour, deux siècles après Leibniz...⁹ et la psychologie cognitive semble la redécouvrir deux siècles plus tard !

L'intention des Lois de la pensée, de l'avis même de son auteur, demeure la fondation de la science, notamment de la logique, sur des bases solides pour en tirer les lois de la pensée humaine. La connaissance du monde et de celle de l'intelligence qui essaie de comprendre ce monde doivent reposer sur des principes solides pour avoir quelque crédit. Entreprise très louable, qu'il projette dans les Lois de la Pensée, notamment dans le chapitre XXII, en s'interrogeant sur quelques questions fondamentales de la science. Ces notions touchent à des questions méthodologiques et épistémologiques sur la fermeté des principes et la validité des procédures scientifiques¹⁰.

Mais elles concernent aussi des questions cruciales relatives aux fondements des vérités générales des sciences : les postulats, les principes et les axiomes. Il se trouve que dans les mathématiques ou la logique, ces vérités, d'une certaine manière, du fait de leur très grande généralité et leur apparente évidence, peuvent être sans fondement logique avéré ou base expérimentale éprouvée. En ce sens, elles demandent à être acceptées comme évidentes ou généralisables. C'est le cas par exemple des principes d'identité, de non contradiction et du tiers exclu par exemple. Ces propositions générales échappent donc à la vérification logique ou à la preuve expérimentale. En ce sens, elles relèvent de procédures

métalogiques et semblent pencher simplement vers des postulats métaphysiques.

Boole s'interroge donc sur les modalités de construction et d'acceptation des propositions générales. Celles-ci sont les axiomes, les principes, les définitions et les postulats, qui, en définitive, fondent les lois et démarches scientifiques.

Au-delà, il pose des questions relevant de la transparence et de l'intelligibilité du monde. Il se demande en particulier si un ordre, une cause, un déterminisme ne président pas à l'apparition quasi-réglée des événements¹¹.

Questions importantes puisque les sciences tiennent un discours sur ces événements à partir des vérités générales admises. Existe-t-il une correspondance entre la constitution des phénomènes et celle de notre intellect qui expliquerait la possibilité et la validité de la connaissance? Celle-ci est-elle alors absolument sûre ou est-elle une pure conjecture, à l'instar des spéculations métaphysiques classiques ?

Autrement dit, le savant procède-t-il par des démonstrations irréfutables à partir des propositions générales déjà admises comme dans la logique ou les mathématiques? Ou alors effectue-t-il un «saut inductif» en passant brutalement, et sans doute abusivement, de la multiplicité de la démonstration de cas particuliers, si nombreux soient-ils, pour aller à l'unicité d'une loi générale comme dans les sciences de la nature ? Quelle est, alors, dans ce cas, la valeur scientifique d'une telle inférence de vérités particulières touchant à quelques cas à la généralité d'une loi universelle ? Ce passage de «quelques-uns» à «tous» est-il fondé en droit même si dans les faits, les procédures se déroulent ainsi ?

Si donc les sciences «dures» se permettent une telle «liberté», qu'en est-il alors de la démarche de l'esprit dans d'autres domaines qui semblent relever de la «métalogique» ? Celle-ci n'aurait-elle pas alors une certaine légitimité en ce qu'elle reposerait elle aussi sur des propositions générales acceptées comme telles ? La généralisation de lois sans fondement logique ou

expérimental avéré est-elle légitimement et scientifiquement possible et acceptable?

II- La possibilité et la légitimité d'une procédure métalogue

La possibilité et la légitimité de la métalogue relèvent, selon Boole, d'une certaine historicité d'une part et d'autre part d'une dialectique inhérente aux relations entre déterminisme et psychologisme. En effet, l'évolution de l'humanité est présentée dans les Lois de la Pensée¹² comme traversée par une quête irrépressible et continue de la vérité ultime des choses. Cette quête a revêtu deux facettes : d'un côté la recherche du sens profond des phénomènes et de l'autre la compréhension de l'intelligence qui porte sur le monde.

Le recours à des procédures qui «tordent le cou», pour ainsi dire, à des raisonnements strictement logiques est aussi légitime en vertu de la permanence de la double problématique de la causalité et de la constitution de l'intellect.

Boole semble faire suite aux interrogations profondes de Leibniz qui se demande « pourquoi y a-t-il quelque chose plutôt que rien? » et d'Einstein pour qui, « ce qu'il ya d'incompréhensible, c'est que le monde soit compréhensible »¹³. Ces questions semblent aporétiques, parce que métaphysiques. Mais elles demeurent nécessaires et continues quels que soient leurs registres d'élection, qu'ils soient mythique, religieuse, morale, scientifique... et leurs réponses possibles.

Boole trouve que la réflexion sur la constitution de l'esprit accompagne la réflexion sur le monde matériel durant toutes les époques de la recherche de la vérité, que celle-ci soit scientifique ou spéculative. Mais pourquoi une pareille opiniâtreté dans la recherche de la vérité alors que les résultats sont souvent décevants? Parce que la recherche de la vérité est co-substantielle à la nature

humaine. Elle va de paire avec deux caractéristiques profondes et complémentaires chez la personne humaine :

1. un désir inné de savoir de l'espèce humaine, de s'interroger aussi bien sur le monde matériel que sur le monde intellectuel,
2. un intérêt tenace, spécifique, relatif à la compréhension de la faculté de penser, qui permet de connaître le monde physique comme intellectuel.¹⁴

La complexité de cette investigation est réelle en ce sens que pour Boole, le mouvement de pensée prend deux directions différentes, opposées peut-être, complémentaires sans doute. Parce que la double question que l'humanité « savante » se pose est celle-ci : comment comprendre d'une part le monde physique et le monde intellectuel, et de l'autre, comprendre pourquoi l'on parvient à comprendre, en partie dans les faits ou en totalité en droit. La question de fonds est finalement celle-ci : comment se fait-il qu'il y ait une quasi-correspondance ou une conformité entre le monde matériel et celui de l'intelligence.

Nous nous situons par conséquent à deux niveaux : celui de la réflexion sur le monde matériel ou spéculatif et celui de la réflexion sur les sources, la manière et la légitimité de la pensée. Comment le monde intellectuel parvient-il à se porter sur le monde physique sur lui-même ? Comment parvient-il à en tirer des lois pour comprendre les phénomènes et se comprendre lui-même ?

III - La quête inlassable d'une frontière

La cohabitation de ces deux types de recherches sur le monde matériel et le monde intellectuel est ancienne (...) est, selon Boole, consubstantielle à la nature humaine ainsi que le montre notre humaine histoire et le témoignage des grands maîtres de la pensée antique. Celle-ci a tantôt (...) privilégié la connaissance du monde et tantôt la connaissance de la pensée sur elle-même. Il arrive, bien sur, dans cette longue et passionnante aventure de l'esprit, que l'une des directions de ce

mouvement de la pensée sur ses deux objets (mondes matériel ou spéculatif) prenne le dessus.

Cependant, elle est presque aussitôt rattrapée par l'autre direction du mouvement, comme dans une figure de balancier. Physique et métaphysique, logique et psychologie, science et épistémologie, semblent par conséquent condamnées à cheminer ensemble comme des couples inséparables.

Selon Boole, «En réalité, l'amour authentique de la vérité ne saurait être partiel : il invite à découvrir les séduisants domaines par l'observation du monde extérieur, sans négliger l'étude des facultés humaines.»¹⁵

Malgré les incertitudes et les erreurs liées à ce type de recherches, l'humanité a conservé la foi en l'utilité de toute spéculation et en l'existence d'un fond de connaissances positives en dépit de la faiblesse des assurances en notre portée. En effet, de nombreuses limites et de réels biais, liés à l'imperfection de nos sens, entravent la marche de l'esprit vers «les séduisants domaines de la connaissance».

Aussi, « même aux époques où l'on a le plus consacré d'intérêt au monde matériel, le cours de la pensée s'est retourné sur lui-même et le désir de comprendre ce par quoi l'on comprend toute chose n'a cessé de renaître malgré ses déceptions».

Les contradictions rencontrées dans ces domaines tiendraient davantage aux mots qu'aux choses elles-mêmes. Pour Boole, les conclusions probables auxquelles on (...) aboutit sont aussi dignes d'attention et d'intérêt que les conclusions plus exactes et plus certaines des sciences de la nature.

Certes, certaines de ces spéculations sur la nature et la constitution de l'intellect posent des problèmes apparemment insolubles. Mais parallèlement à elles, d'autres peuvent aboutir à une connaissance limitée et

certaine ou à des conclusions basées sur une analogie hautement probable.

Cette similitude, voire cette parenté rendent difficile la dissociation de ces deux aspects de l'activité intellectuelle. La frontière entre la réflexion sur le monde physique et la spéculation métaphysique semblent donc difficile à situer. Ce qui explique que Boole puisse parfaitement filer la métaphore du jour et de la nuit pour montrer la délicatesse de la tâche de séparation entre ces deux moments, entre ce deux aspects de la pensée. Cette image a d'ailleurs donné le titre éponyme de l'ouvrage de Souleymane Bachir DIAGNE sur la vie et l'œuvre de Boole. Ces deux moments d'une journée ne seraient nullement des territoires totalement séparés, l'un débordant sur l'autre. Ils sont séparés par une zone crépusculaire «où la lumière de l'un fond progressivement sur l'obscurité de l'autre»¹⁶.

Il en est ainsi, avance Boole, de la connaissance positive et spéculative, de la connaissance certaine et de probable : « chaque territoire que constitue une connaissance positive est entouré d'une zone où règnent débats et spéculations, et sur cette zone, une telle connaissance (positive) étend, jusqu'à un certain point, son influence et sa lumière.»¹⁷

IV-La conviction optimiste en une intelligibilité totale

En optimiste invétéré, l'auteur des *Lois de la Pensée* garde le farouche espoir d'arriver un jour, grâce à l'accumulation d'une masse critique d'information, à des solutions au moins probables pour certaines questions non encore élucidées. L'état actuel de nos connaissances nous empêchant pour le moment de leur trouver des réponses exactes.

Dans la deuxième partie du chapitre XXII Boole récapitule un certain nombre de conclusions(...), relevant de la

connaissance positive et concernant la constitution de l'intellect. Citons en deux seulement :

- le caractère général mathématique de ces lois et la forme effective de leur expression (chapitres II et III)
- l'étendue de la concordance des lois de la pensée avec les lois mathématiques et de leur point de divergence.¹⁸

L'intérêt de cette récapitulation ne réside pas seulement dans le caractère probable de ces conclusions obtenues par un raisonnement analogique. Ces conclusions ont aussi une valeur hautement scientifique, du point de vue de la légitimité de la démarche. En effet, pour Boole, ces différents résultats et d'autres similaires obtenus par analogie ne sont pas simplement des conclusions probables, ils peuvent être, selon lui, légitimement tenus pour des vérités scientifiques.

Leurs preuves, quoique différentes de nature, sont identiques à celles des vérités générales des sciences de la nature dont elles sont complémentaires dans la mesure où elles ont la même valeur, la même légitimité. Il n'y a donc pour lui aucune importance à les considérer comme métaphysiques, au sens d'une connaissance sans fondement ou de moindre valeur ou portée heuristique.

D'autre part, à côté des propositions générales obtenues par induction à partir des faits d'expérience, il existe d'autres types de propositions générales ou vérités nécessaires rigoureusement vérifiables, dans des cas particuliers ou de façon générale. C'est le cas des propositions de l'arithmétique et des lois de la pensée.

Il existe d'autres types de propositions générales nécessaires mais non vérifiées exactement à cause de l'imperfection de nos sens. C'est le cas de certaines ou de toutes les propositions générales de la géométrie comme les postulats ou les axiomes.¹⁹

Les facultés et lois particulières de l'intelligence participent à cette progression ordonnée de la connaissance de l'ignorance jusqu'à la saisie parfaite des

vérités, à la manière du démon de Laplace. L'examen de la nature de la science chemine constamment avec la recherche sur la constitution de l'intellect et aboutit à la correspondance entre le monde et son intelligibilité²⁰.

CONCLUSION

George Boole est considéré comme un des précurseurs de la logique symbolique et de notre civilisation de l'information et de la communication. Ses travaux logiques seront poursuivis et complétés par les contributions de Charles Sanders Peirce, Ernest Schröder, Edward Huntington, Henry Maurice Sheffer ou Frege dans le sens d'une plus grande axiomatisation. Pourtant, cette étude a voulu relever le paradoxe d'une certaine cohabitation entre un statut « logique » et un autre « métalogique » des vérités générales chez Boole. Epistémologie, psychologie et métaphysique semblent aller ensemble. Ces trois démarches de l'esprit sont complémentaires en vertu de la complémentarité de leurs vérités qui ont des relations d'influence mutuelle.

Chez Boole, les deux domaines de la science et de la métaphysique ont des liens étroits ne serait que parce qu'elles sont des productions de la même pensée humaine. La frontière semble ténue et l'opposition classique, entre saisie objective du réel dans les sciences dites « dures » et la réflexion sur les « idées premières » comme l'origine, la nature et le fondement de nos connaissances, cette opposition ne serait donc pas si radicale que cela.

La possibilité et la légitimité de la métaphysique seraient inhérentes selon lui à la nature humaine persistant à rechercher des réponses à des questions spéculatives importantes, inhérentes à notre humaine et interrogative condition. Cette légitimité de la métaphysique est alors justifiée par la possibilité et la validité de l'inférence inductive dans les sciences de la nature.

Il y aurait-il alors une certaine ressemblance, pour ne pas dire une identité dans la démarche, à tout le moins une convergence entre l'épistémologie et la métaphysique dans leur identité commune de vouloir dévoiler et unifier les lois profondes qui régissent l'occurrence des phénomènes naturels comme la fécondité de l'esprit spéculatif?

Boole semble réhabiliter ainsi d'une certaine façon la métaphysique durant cette période importante de transition entre deux paradigmes épistémologiques dans cette Angleterre du début de la seconde moitié du XIX^{ème} siècle. Vers la fin de sa vie, Boole a eu l'intention, selon Diagne, d'écrire un livre destiné à vulgariser sa logique auprès d'un grand public, notamment celui des philosophes. Ce qui montre son désir ultime d'unification et de propagation de ses recherches au-delà du cercle restreint des mathématiciens, qui seraient ses véritables héritiers. Ne seraient-ils pas plutôt les philosophes si l'on se réfère aux conclusions de cette recherche²¹?

NOTES

1. Isaac Newton (1687) : *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* et John Locke :(1700): *Essai sur l'entendement humain*, trad. Coste, Amsterdam. Emile Bréhier fait de ces deux penseurs les maîtres du XVIII^e siècle in Emile Bréhier (2001): *Histoire de la philosophie*, tome I, *Antiquité et Moyen Age*, 706 p. tome II, *XVII^e-XVIII^e siècles*, Paris, PUF Quadrige, 506 p.
2. David Hume :(1947) *Enquête sur l'entendement humain*, 2008,trad. M. Malherbe, Paris, Vrin, 420 p.
3. Karl Popper : (1984) *L'univers irrésolu, plaidoyer pour l'indéterminisme*, édition établie et annotée par W.W. Bartley III, trad. Renée Bouveresse, Paris, Hermann éditeurs, XVI+159 p.
4. Cf. Emile Bréhier (2001): *Ibid*, Cf aussi Alexandre Koyré (2003): *du monde clos à l'univers infini*, traduction de Raissa Tarr, Paris, Gallimard 350 p.
5. George Boole (1847): *The Mathematical Analysis of Logic: Being an Essay Toward a Calculus of Deductive*

Reasoning; MacMillan, Barclay and MacMillan, Cambridge and Bell, London; trad. F. Gillot (1932) : L'analyse mathématique de la logique, in Algèbre et logique d'après les textes originaux de G. Boole et W. S. Jevons avec les plans de la machine logique, Paris, Blanchard. Dernière édit. 1962, Paris, Dunod, 252 p.

George Boole (1854-1858): The Investigation of Laws of Thought, New York, Dover Publications; traduction française et introduction par Souleymane Bachir Diagne (1992) : Les lois de la pensée, Paris, Vrin, Mathesis, 415 p. Cf. aussi Souleymane Bachir Diagne (1989): Boole, l'oiseau de nuit en plein jour, Paris, Belin, 262 p.

6. Sur la logique en général et sur celle d'Aristote en particulier, voir la traduction de l'Organon par Tricot, publiée par Léon Robin en 1939-50 ; le livre de J. M. Leblond (1939): Logique et méthode chez Aristote, 1996 Paris, Vrin, Isd, 454 p. ; Paul Mouy (1944): Logique et philosophie des sciences, édition remaniée et augmentée par Mlle Bachelard et M. Dufrenne, Paris, Hachette, 281 p.
7. George Boole : Les lois de la pensée, op.cit ; chapitre II, page 49.
8. L'identité entre logique et algèbre n'admet ainsi qu'une exception, celle de la loi des indices selon laquelle : $x^2=x$, ibid.
9. Selon Leibniz, l'équation suivante : « penser=calcul » peut être posée et ce principe est en quelque sorte une des pistes qui va mener vers la psychologie cognitive. Voir Herbert H. Knecht (1981) : La logique chez Leibniz, essai sur le rationalisme baroque, Dialectica, L'Age d'Homme, Lausanne, 419 p. ; et Daniel Parrochia (1992) : Qu'est-ce-que penser/calculer ? Hobbes, Leibniz et Boole, Paris, Vrin, 127 p.
10. G. Boole : Les lois de la pensée, p.385-389: la question de la validité des principes et des méthodes scientifiques est autant logique que spéculative et pratique, comme dans l'éducation avec une réflexion, d'une acuité urgente aujourd'hui, sur la place des sciences et des mathématiques dans les systèmes d'enseignement. pp : 404-407.
11. L'hypothèse booléenne de l'existence d'un Ordre, d'un déterminisme, d'une finalité supérieure est très présente et reste une conviction profonde de l'auteur. Ibid. pp.383-388.

12. Cette quête irréprouvable de la vérité ultime des choses semble aussi être une spécificité de la nature humaine en dépit des conclusions probables et positives obtenues, *ibid*, p. 384.
13. Albert Einstein (1958) : comment je vois le monde, dernière édit. 2009, Paris, Flammarion, 245 p.
14. Boole penche plutôt vers une double direction de l'intérêt humain pour le savoir, dans le sens d'une recherche de la vérité profonde des choses et aussi dans le sens d'une quête originaire de la constitution et des mécanismes du raisonnement logique.
15. Boole : les Lois de la pensée, *op cit.* p 384
16. *Ibid*
17. Souleymane Bachir Diagne (1989): Boole, l'oiseau de nuit en plein jour, Paris, Belin, 262 p.
18. La frontière est tenue et les influences réciproques entre la probabilité et la certitude des vérités générales des sciences, à l'image de l'obscurité de la nuit et la lumière du jour. Cf : Boole : les Lois de la pensée, *op cit.* p 384
19. *ibid*, p.385. Cf avec profit Ilya Prigogine : la fin des certitudes, 1996, Paris, Odile Jacob, 223 p. ou du même auteur en collaboration avec Werner Arber : L'homme devant l'incertain, 2001, chez le même éditeur où les questions de certitude dans les sciences, de la flèche du temps, de l'irréversibilité des processus dynamiques, des modèles mathématiques d'intelligibilité, de la nouveauté créatrice et des futurs possibles sont posées avec originalité et espoir.
20. Certaines propositions générales, postulats et axiomes de la géométrie, bien que vraisemblables sont néanmoins valides du fait de la certitude de leurs principes.
21. Souleymane Bachir Diagne, *ibid* p. 192.