PLATON : PLAIDOYER POUR LA SCIENCE PURE MATHEMATIQUE

Pr. Jean-Pierre FAYE
FASTEF / UCAD

Dans un passage du Menon (81a – 86b), Platon met en scène Socrate, son personnage central, et un esclave de Menon. Celui-ci est le prototype de l'homme inculte, celui qui n'a pas été à l'école, dont l'esprit reste par conséquent déterminé par la proximité des choses, autrement dit des objets de la sensation dont il n'a qu'un savoir de type empirique : il a l'esprit terre-à-terre. Il n'a pas appris les mathématiques, encore moins la philosophie. Pourtant il doit savoir identifier, énumérer et classer les choses. Socrate ne lui demande pas de restituer quelque chose qui soit tiré de l'expérience empirique ; il ne lui demande pas de tracer un carré. Ce serait peut-être trop facile et à la portée de tous. Il lui pose plutôt un problème, autrement dit il le convoque sur un terrain dont il savait auparavant qu'il n'était pas le sien. Ce problème porte sur la duplication du carré. Le voici: étant donné un carré de deux pieds, comment construire un carré de surface double ? Nous connaissons la réponse de l'esclave de Menon, à savoir qu'il suffit de doubler la longueur du côté du carré. Une telle réponse, toute simple, traduit le sens commun, nos évidences premières qui sont celles de l'expérience de tous les jours.

Socrate trace donc un carré en doublant la longueur du côté, ensuite il fait constater par l'esclave qu'il obtient un nouveau carré d'une surface non pas double mais quatre fois supérieure. Quelle absurdité ! La fin du raisonnement, on la connaît : c'est Socrate lui-même qui lui suggère la solution, en lui proposant un carré de côté égal à la diagonale du carré initial. Socrate ne désespérait pas des capacités de son interlocuteur à trouver la solution du problème, il lui suffisait simplement de lui donner un coup de pouce, par la maïeutique, pour l'amener à redécouvrir, conformément à la théorie de la réminiscence, une vérité qu'il connaissait déjà mais qu'il avait oubliée du fait même de sa naissance.

A la vérité, Platon se sert de cet exemple du Menon comme d'une illustration de ce qui constitue le sens ultime de sa doctrine philosophique. Les Livres sixième (de 507c à 511e) et septième (de 528b à 527e) de La république permettent, entre autres, de mieux comprendre cette intention : (…) *ceux qui s'appliquent à la géométrie, à l'arithmétique ou aux sciences de ce genre* (…) *se servent de figures visibles et* ***raisonnent sur elles en pensant, non pas à ces figures mêmes, mais aux originaux qu'elles reproduisent ; leurs raisonnements portent sur le carré en soi et à la diagonale en soi****, non sur la diagonale qu'ils tracent, et ainsi du reste ; des choses qu'ils modèlent et dessinent et qui ont leurs ombres et leurs reflets dans les eaux, ils se servent comme d'autant d'images pour chercher à voir ces* ***choses en soi qu'on ne voit autrement que par la pensée***[1]

Platon a opéré une révolution intellectuelle en géométrie et en arithmétique, et l'on peut considérer à juste titre ses réflexions dans ce domaine comme étant un des déclics fondateurs de la science mathématique. Avant lui, la perception que l'on se faisait des mathématiques n'était pas si éloignée de celle de l'esclave de Menon en ce sens que celui-ci reste attaché aux objets de la sensation et en particulier aux choses visibles. Ainsi s'empresse-il, fidèle en cela à une logique des plus simples et des plus ordinaires, de répondre à la question de Socrate en proposant le doublement du côté du carré pour obtenir en conséquence un carré de surface double, ce qu'il n'est pas possible de percevoir mais d'intuitionner. Dans l'optique de Platon, l'esclave de Menon est le prototype de l'homme dont l'âme ne s'est pas exercée à la réflexion qui, seule, peut la *sortir de la sphère du devenir pour atteindre l'essence* des choses.[2] Platon a été le premier penseur à tenir un tel langage.

---

[1] - Platon, La république, éd. Flammarion, trad. R. Bacon, 510a.
[2] - Platon, La république, L.VII, 525a

Les philosophes grecs ont introduit les mathématiques, dit-on, suite à leurs périples en Egypte. L'historien Hérodote raconte que c'est Thalès qui, le premier au VI^e siècle, a ramené la géométrie d'Egypte. Cependant il n'a pas su la sortir de ses simples applications pratiques En effet chez Thalès, la démonstration mathématique, qui est plutôt une monstration mathématique, puisqu'il s'agit de présenter une vérité à la perception visible, n'avait pas encore accédé à un degré d'abstraction suffisant du réel.

Les mathématiques ayant été une affaire de philosophes pendant la période antéplatonicienne (VI^e siècle de l'Antiquité), les conceptions philosophiques de la vérité ont dépeint sur les démonstrations mathématiques de la vérité au sens de *l'aléthèia,* c'est-à-dire l'aspect de ce qui, d'une chose, se donne à découvrir et à voir, ou qui est perçu dans la représentation. Est vrai ou s'accorde avec la vérité ce dont la confirmation est faite dans la pratique ; toute certitude a donc besoin de la sanction du visible. D'où l'importance, chez ces philosophes-là, du thème de la nature au sens de la *Phùsis* qui est à la fois l'objet et le modèle de leurs préoccupations scientifiques. Il y a eu tout de même l'exception pythagoricienne qui se caractérise par sa symbolique et sa mystique des nombres,[3] par une unification abstraite de lois générales appelées théorèmes et par un travail de définition des notions : qu'est-ce qu'une droite ? Qu'est-ce qu'une proposition vraie ? Dans l'ensemble, les mathématiques grecques ne s'étaient pas encore suffisamment différenciées de l'empirisme du type égyptien.

Avec Platon, elles accèdent au statut d'une véritable science abstraite. Platon en fait un instrument, sortes de *points de départ et des tremplins* [4] pour l'esprit philosophique dans le but de le préparer à *s'élever jusqu'au principe universel qui ne suppose plus de conditions*,[5] autrement dit jusqu'à l'idée du Bien. Dans sa

---

[3] – Exemple de nombres sacrés : 3 symbole de la perfection, 5 symbole de la justice, 7 symbole de la déesse Athéna

[4] - La République, LVI, 511b – 511e

[5] - Op. cit. LVII, 526e

conception de la dualité des mondes (ou domaines, régions, genre selon les traductions des termes de *cosmos* et de *topos*), Platon fait la distinction entre le *cosmos* (ou *topos*) o*ratos*, c'est-à-dire le monde visible, objet des sens, et le *cosmos* (ou *topos*) *noetos*, qui est le monde intelligible. Sa théorie de la connaissance de ces deux mondes repose sur la méthode dialectique.

Platon considère les objets (o*rata*) du monde sensible comme illusoires puisqu'ils appartiennent au devenir. Ce sont des apparences, c'est-à-dire des images ou copies des vraies réalités ou choses en soi (*noéta*) qu'on ne peut percevoir autrement que par l'intelligible. L'intérêt porté par Platon à la géométrie et à l'arithmétique vient de ce qu'elles sont toutes deux, dit-il, des *sciences propres à conduire à la vérité*.[6] Par l'intuition, elles aident, chez ceux qui s'y adonnent, à libérer l'esprit de toute matérialité, à le soustraire à toute dépendance au monde sensible. Pour autant, ce sont des sciences intéressantes à cause de leur efficacité. Dans La république, Livre VII, Platon explique à son interlocuteur Glaucon les motifs de son admiration pour les deux principaux domaines de la science pure mathématique :

a)- **L'arithmétique** :

S : *Quelle est donc, Glaucon, la science qui attire l'âme* ***de ce qui devient vers ce qui est ?*** (521c**)**
(…) Eh bien ! (…) si nous ne trouvons rien à prendre hors de là, prenons quelqu'une de ces études qui s'étendent à tout (522b).

G *: Laquelle ?*
S *: Par exemple cette étude commune, qui sert à tous les arts, à toutes les opérations de l'esprit et à toutes les sciences, et qui est* ***une des premières auxquelles tout homme doit s'appliquer.*** (523b)
G : Laquelle ?

[6] - Ibid. 525a

S : *Cette étude vulgaire qui apprend à distinguer un, deux et trois ; je veux dire, en un mot, la science des nombres et du calcul ; n'est-ce pas vrai* ***qu'aucun art, aucune science ne peut s'en passer ?*** (522b**)**

G *: Certes.*

S : L'arithmétique et la logistique sont de ces sciences dont l'étude est nécessaire au guerrier pour ranger une armée, et au philosophe pour ***sortir de la sphère du devenir et atteindre l'essence,*** *sans quoi il ne serait jamais arithméticien.* (525a)

G *: C'est vrai.*

S : *Il convient donc, Glaucon, de* ***prescrire cette étude par une loi*** *et de persuader à ceux qui doivent remplir les plus hautes fonctions publiques de se livrer à la science du calcul, non pas superficiellement, mais jusqu'à ce qu'ils arrivent, par la pure intelligence, à connaître la nature des nombres, et de cultiver cette science non pas pour la faire servir aux ventes et aux achats, comme les négociants et les marchands, mais pour l'appliquer à la guerre et* ***pour faciliter la conversion de l'âme du monde de la génération vers la vérité et l'essence****.* (525a – 526a)

G *: Très bien dit.*

S *: Et j'aperçois maintenant, après avoir parlé de la science des nombres, combien elle est belle et utile, sous bien des rapports, à notre dessein,* ***à condition qu'on l'étudie pour connaître et non pour trafiquer****.* (526a)

G *: Qu'admires-tu donc si fort en elle ?*

S *: Ce pouvoir dont je viens de parler, de donner à l'âme un vigoureux élan vers la région supérieure, et de l'obliger à raisonner sur les nombres en eux-mêmes, sans jamais souffrir qu'on introduise dans ses raisonnements des nombres visibles et palpables. […] Tu vois ainsi mon ami que cette science a l'air de nous être vraiment indispensable, puisqu'il est évident qu'****elle oblige l'âme à se servir de la pure intelligence pour atteindre la vérité en soi.*** (526a)

b**)- La géométrie**

G : *En tant qu'elle se rapporte aux opérations de la guerre, il est évident qu'elle nous convient ; car pour* *asseoir un camp, prendre des places fortes, resserrer ou étendre une armée et lui faire exécuter toutes les manœuvres qui sont d'usage dans les batailles ou dans les marches, le même général se montre autrement supérieur s'il est géomètre que s'il ne l'est pas*. (526e)

S *: Mais en vérité (…), il n'est pas besoin pour cela de beaucoup de géométrie et de calcul. Il faut donc examiner si le fort de cette science et ses parties les plus avancées tendent à notre but qui est de faire voir plus facilement l'**idée du bien**. Or y tend, dirons-nous, tout ce qui force l'âme à se tourner vers le lieu où réside le plus heureux des êtres, que, de toute façon, elle doit contempler.* (526e)

G *: Tu as raison.*

S *: Par conséquent si la géométrie oblige à **contempler l'essence**, elle nous convient ; si elle s'arrête au devenir, elle ne nous convient pas*. (526e)

G *: C'est notre opinion.*

S *: **Or, aucun de ceux qui savent un peu de géométrie ne nous contestera que la nature de cette science est directement opposée au langage qu'emploient ceux qui la pratiquent. […] Ce langage, assurément, est fort ridicule et misérable ; car c'est en hommes de la pratique, ayant en vue les applications, qu'ils parlent de carré, de construire sur une ligne, d'ajouter, et qu'ils font sonner d'autres mots semblables**, **alors que cette science tout entière n'a d'autre objet que la connaissance*** (527a) *[…], **elle a pour objet la connaissance de ce qui est toujours et non de ce qui naît et périt**. […]. Par suite […], **elle attire l'âme vers la vérité et développe en elle cet esprit philosophique qui élève vers les choses d'en haut les regards que nous abaissons à tort vers les choses d'ici-bas.*** (527a***)**, *etc.*

.Dans ces deux Dialogues, Platon ne s'intéresse aux mathématiques que pour autant qu'elles sont rapportées à ce qu'il considère comme étant leur vocation, à savoir préparer l'esprit à l'accès aux idéalités philosophiques. Géométrie et arithmétique sont pour ainsi dire les médiatrices privilégiées de la vérité au sens philosophique. En tant que sciences de l'ordre et de la mesure, de la grandeur et du nombre, elles sont des occasions pour l'esprit de s'exercer à l'abstraction métaphysique L'entraînement au raisonnement mathématique est le moment privilégié de la conceptualisation centrée sur une réduction du particulier à l'universel, de la multiplicité des opinions à l'unicité rationnelle de la vérité, du fini à l'infini, etc.

Du point de vue de Platon, les thèses selon lesquelles les principes et les notions mathématiques ont une origine empirique sont à la fois fausses et absurdes. La récusation de l'empirisme est, chez Platon, sans mesure parce qu'il défend la thèse de l'idéalité des mathématiques auxquelles il dénie toute origine empirique et toute application pratique. Mathématiques et philosophie participent de la même capacité de l'esprit humain à s'élever au-dessus du réel. Plus précisément : la science mathématique aide l'esprit et l'accompagne pour un bout de chemin dans sa quête du principe universel qui doit être l'unique objet du raisonnement mathématique.

L'architectonique du *cosmos noetos* comprend *deux sections* :

- une section inférieure qui est celle de la **connaissance discursive** fondée sur des principes et articulée autour d'hypothèses : géométrie et arithmétiques se servent, *comme autant d'images, des originaux du monde visible*. (LVI, 511b).

- une section supérieure, celle de la **science dialectique** qui a pour objet l'être et l'intelligible, dont la connaissance se fait par intuition intellectuelle, par conséquent sans la médiation d'aucune hypothèse, sans raisonnement déductif.

La propédeutique mathématique, qui est en même temps la limite de l'abstraction mathématique, s'arrête au seuil de cette section qui introduit à son tour l'esprit aux *noeta* supérieures, à savoir proprement philosophiques. La connaissance discursive permet à celui qui veut pratiquer la philosophie de sortir de la *sphère du devenir et atteindre l'essence* (525a). Ainsi la méthode dialectique prend-elle le relais du raisonnement mathématique et ouvre-t-elle, de cette manière, l'accès au monde des idées dont participent les objets mathématiques qui sont régis par des lois rigoureuses et universelles et dont les objets du monde sensible sont les copies imparfaites, en d'autres termes les *apparences* :

> *La méthode dialectique est donc la seule qui, rejetant les hypothèses, s'élève jusqu'au principe même pour établir solidement ses conclusions, et qui, vraiment,* ***tire peu à peu l'œil de l'âme de la fange grossière où il est plongé et l'élève vers la région supérieure****, en prenant comme auxiliaires et comme aides pour cette conversion les arts que nous avons énumérés[7]. Nous leur avons donné à plusieurs reprises le nom de science pour nous conformer à l'usage ; mais ils devraient porter un autre nom, qui impliquerait plus de clarté que celui d'opinion, et plus d'obscurité que celui de science – nous nous sommes servis quelque part, plus haut, de celui de connaissance discursive*. (534a)

Dans, La parole malheureuse, J. Bouveresse dénonce l'idéalisme mathématique de Platon. Pour ce faire, il s'appuie sur L. Wittgenstein, l'auteur du Tractatus logico-philosophicus selon lequel les mathématiques ne sont que des **outils de techniques opératoires** et qu'elles n'ont donc pas pour origine un monde d'idées pures.

[7] - La république, L.VI, Il s'agit de la géométrie de l'arithmétique et des sciences de ce genre

L’abstraction mathématique, dans la **logique symbolique** par exemple, n’est qu’un point d’arrivée. Et, par son effort de soustraire la géométrie et l’arithmétique à tout empirisme, Platon y a peut-être contribué le premier et de sa façon. Mais il est admis que l’intérêt des peuples et des hommes pour les mathématiques obéit au départ à des préoccupations concrètes. L’exemple le plus fréquemment cité est celui de l’arpentage, ensemble de techniques de mesure des terres pratiquées après la crue du Nil dans l’Ancienne Egypte. Mais il y a aussi que les hommes ont d’abord commencé à compter les choses avant d’en faire des objets de pensée. Cela correspondait aux activités de survie telles que l’agriculture et les opérations économiques, et au degré de civilisation. C’est ainsi que les systèmes de numération sont passés des plus rudimentaires, par exemple le fait de compter avec les doigts ou avec des cailloux, aux plus élaborés, par exemple l’utilisation d’objets comme l’abaque ou le boulier. Même Platon, et ce, malgré son idéalisme mathématique, accorde une place au modèle cosmologiste des Antéplatoniciens dans sa métaphorisation de la perfection des idées métaphysiques : le soleil, qui est avant tout une réalité sensible et physique, est chez lui la métaphore de l’idée de perfection absolue, c’est-à-dire le Bien (*Agathon*). Autant le soleil illumine les objets sensibles, sans quoi l’on ne pourrait les connaître, autant l’*idée du bien* est le principe de la science, en ce qu’elle répand la lumière de la vérité sur les objets de la connaissance. (Rep. L.VI, 508 b). Dans le mythe de la caverne qui inaugure le Livre septième de La république, la lumière du soleil est la métaphore de la vérité. De même, l’absoluité des idées et des essences se nourrit de l’expérience empirique, en se traduisant par une analogie avec les absolus cosmiques : planètes, ciel, étendue marine, etc., bref la construction des modèles des idées platoniciennes apparaît comme le résultat d’une abstraction des réalités sensibles, et l’harmonie apparente au sein du cosmos a peut-être inspiré Platon dans ce sens. Telle est la thèse défendue par les philosophes empiristes dont J. St. Mill : *les points, les lignes, les cercles que chacun a dans son esprit, sont* [dit-il] *de simples copies des points, des lignes, des cercles qu’il a* *connus dans l'expérience*. Du fil à plomb est née l'idée de la ligne droite, l'étendue plane comme la surface de la mer ou du lac a suggéré l'idée de plan géométrique, le soleil et la pleine lune ont donné, par abstraction, l'idée du cercle, le tronc d'arbre celle du cylindre, etc.

A supposer qu'au départ de l'abstraction mathématique les choses se fussent passées ainsi, comment expliquer alors, surtout d'un point de vue platonicien, les progrès extraordinaires qui ont été accomplis dans le domaine des mathématiques, particulièrement dans la logique symbolique ? Si de nos jours les mathématiques ont accès à ce domaine de liberté par rapport au réel dont rêvait Platon, celui-ci aurait eu du mal, s'il revenait parmi nous, à s'expliquer sur ce qui constitue des anti-valeurs au regard de son système d'idées. La symbolisation mathématique ne travaille pas dans la lumière platonicienne, car le symbole occulte la vérité au sens de ce dont l'évidence tient de la clarté du jour. La symbolisation mathématique privilégie plutôt la souplesse de la pensée, l'imprécis sans quoi il n'y a pas de raisonnement, l'ambiguïté même. X est peut-être un inconnu qui a un sens, et le raisonnement, loin de le détruire ou de le supprimer, lui donne une valeur positive. Ici, ce n'est point la raison qui fonctionne, ou plus exactement, elle travaille sur l'imaginaire ($x^2 + x + 1 = 0$)[8] ; elle valorise en elle ce qui ne fait pas partie d'elle. X, sans être un chiffre mais une lettre de l'alphabet – alors que, comme l'on sait, Platon se méfiait du langage, source d'illusions –, x donc a même importance que le chiffre 5 dans l'exemple du Théétète (154c) sur les 5 osselets, à la différence près que x est un inconnu qui garde sa matérialité et ses masques multiples alors que le chiffre 5 demeure étranger, supérieur à ce à quoi on l'identifie dans la numération. Pour Platon, il s'agit d'une idée.

Pour les défenseurs de la théorie opératoire, le 5 des 5 osselets n'est que le produit d'une opération. Par exemple 3 + 2, ou 1 + 4. L'idée, dans l'idéalisme de Platon, est

[8] - Autre nombre imaginaire : $a+bi$; a et b =nbres réels ; i = l'unité imaginaire telle que $i^2 = -1$, donc $i = -1$

indivise, elle est comme l'être de Parménide, à savoir pleine d'être. En conséquence, en mathématique, le nombre négatif dont Piaget dira qu'il *ne saurait s'abstraire de rien de sensible, puisqu'il correspond à quelque chose d'inexistant,* ce nombre donc, du point de vue du système de pensée platonicien, est une absurdité. Car, que peut bien signifier le signe -1, ou plus aberrant encore, celui de √-1 ? La philosophie consiste à construire du sens, elle est un positivisme axiologique. Chez Platon, le négatif n'est pas le contraire de l'être. Le contraire de l'être ou de l'idée, c'est le non-être, autrement dit le manque d'être, ce qui est du domaine du *cosmos oratos*, donc sujet au devenir. Le négatif correspondrait plutôt au mal. Le mal est le négatif de ce qui est suprêmement étant c'est-à-dire le bien. Cependant une telle contradiction n'est pas antinomique, parce que l'antinomie présuppose une permanence de la dualité. Or, ce qui procède du négatif, tel le mal, est du domaine de la contingence.

Pour autant, comment la dialectique platonicienne parviendrait-elle à rendre compte des nombres irrationnels (ex. √2, п) que les Pythagoriciens considéraient déjà comme *absurdes et inconcevables*, ou des nombres fractionnaires ? D'un point de vue platonicien, la notion d'**irrationnel** est en contradiction avec l'idée même de la raison. L'irrationnel ne saurait avoir aucune efficace, aucun sens parce qu'il exprime l'incommensurable. Or l'incommensurable, c'est ce qui échappe à la pensée. Platon avait lu les travaux des Pythagoriciens. Il avait donc pris connaissance de l'existence du symbole de la racine carrée de deux (√2), qui exprime le rapport entre le côté et la diagonale du carré, et le problème portant sur la duplication du carré atteste d'une influence pythagoricienne sur lui. C'est sous cette influence pythagoricienne qu'il a continué à exprimer les grandeurs géométriques par des nombres entiers. Qu'il n'ait pas tenu compte de ce symbole dans ses propos sur les mathématiques indique peut-être qu'il s'y désintéressait ou qu'il lui répugnait, lui le penseur de la raison, de prendre au sérieux l'irrationnel. D'un point de vue strictement méthodologique, cela lui permettait de contourner les contradictions et peut-être de prévenir les conséquences que l'idée d'une grandeur continue eut pu provoquer à la fois par rapport à son système de pensée et à sa conception de la science mathématique.

Somme toute, pour avoir travaillé à la libération de l'esprit de l'emprise de l'empirisme, Platon a sans nul doute rendu service à la science mathématique. Ce qui caractérise la science mathématique d'aujourd'hui, c'est ce triptyque-ci : la généralité abstraite, l'efficacité pratique et l'autonomie interne. Mais la révulsion de Platon à l'égard des objets de la sensation l'amène à soutenir l'existence d'un domaine réservé aux êtres mathématiques (les *mathemata*), lesquels sont indépendants du monde des sens, et auquel les mathématiciens eux-mêmes n'ont pas accès puisqu'ils procèdent par hypothèses dans leur approche de la vérité. L'esprit mathématique a fait du chemin, mais hélas! dans une direction qui n'est pas celle de la géométrie ni de l'arithmologie de Platon. La science mathématique est devenue un domaine où s'inventent des réalités et où s'ordonnent des vérités, de sorte que les objets mathématiques et leurs propriétés sont redevables de règles arbitraires et conventionnelles. L'on n'assigne plus au mathématicien la tâche de découvrir ni de contempler des vérités ; il lui faut les inventer. Il n'y a plus des êtres mathématiques, mais un système de relations et d'opérations, dont seul le mathématicien a la maîtrise.