Projet spécial numéro 1

LA DESAFFECTION ENVERS L'ETUDE DES MATHEMATIQUES :
ENTRE PROBLEMATIQUES CURRICULAIRES ET DIDACTIQUES

Compte rendu sous la responsabilité de :
Yves Matheron (France)
Sophie René de Cotret (Canada)

Correspondante du comité scientifique :
Maggy Schneider (Belgique)

La problématique autour du thème du projet spécial n°1

Le thème central du Colloque EMF 2009 met en lumière l'importance de l'enseignement des mathématiques pour le développement social et individuel au sein des communautés. L'apprentissage des mathématiques constitue ainsi un enjeu important pour assurer une qualité de vie à l'ensemble des membres d'une société : ressources humaines nécessaires au fonctionnement des sociétés, mais aussi formation de citoyens capables de s'informer et comprendre les données propres à des sociétés au sein desquelles les domaines scientifique et technique tiennent une place croissante. Toutefois, des voix se sont récemment fait entendre pour évoquer une tendance, quantifiable par le nombre décroissant d'étudiants engagés dans la poursuite d'études supérieures en mathématiques et en sciences, laissant craindre que l'enseignement des mathématiques ne soit entré dans une crise durable. D'autres, toutefois, arrivent à des constats différents et remettent en question une telle affirmation. Plusieurs études ont été menées sur cette question, et il semble qu'on doive en conclure que les résultats sont fortement liés aux différents contextes, notamment sociaux-éducatifs, au sein desquels elles ont été conduites. En d'autres termes, l'idée de crise mondiale de l'enseignement des mathématiques est à définir, à questionner et à documenter.

En France, le constat d'un désintérêt des lycéens pour les mathématiques a pu être observé à partir de certains indicateurs. Par exemple, dans son ouvrage qui repose sur l'analyse des réponses à un questionnaire soumis à 10 000 lycéens, Roger Establet (2005) conclut que, pour ces derniers, les sciences dures « sont des instruments stratégiques, non pas des enseignements porteurs de sens. » Au Québec, une étude (Foisy et al. 2000) sur l'évolution des inscriptions et de la « diplomation », entre 1970 et 2000, dans les disciplines scientifiques aux niveaux post-secondaires (collégial et universitaire) indique que, bien qu'un discours aille dans le sens d'une désaffection des jeunes à l'égard des sciences, les données montrent que ce phénomène est inexistant. Les résultats de l'étude révèlent toutefois une décroissance du taux de diplômes de 1er cycle universitaire, décernés en mathématiques, entre 1973 et 1996, ce taux de décroissance atteignant 26 % pour la période 1986-1996.

De tels constats, ou d'autres plus ou moins de même nature, se manifestent-ils dans différents pays de l'Espace Mathématique Francophone ? Dans l'affirmative, sur quelles observations s'élaborent ces constats, et sur quels cadres méthodologique et théorique s'appuient-ils? Les raisons pouvant expliquer de tels phénomènes seraient-elles à rattacher aux choix curriculaires, c'est-à-dire aux mathématiques à enseigner, ou aux choix didactiques qui conditionnent la manière de les enseigner?

Les divers sous-thèmes et les propositions de communication

Nous avons proposé de décliner en trois sous-thèmes les interrogations que soulève cette réflexion. On trouvera ci-dessous, avec la définition de chacun des sous-thèmes, les questions que nous avions posées afin de préciser le cadre des propositions attendues et les résumés des contributions correspondantes que nous avons reçues.

Sous-thème 1 : CRISE DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES DANS DIFFERENTS PAYS DE L'ESPACE MATHEMATIQUE FRANCOPHONE : REALITE OU FANTASME ?

- Peut-on parler d'une crise de l'enseignement, d'une désaffection des mathématiques, dans différents pays de l'Espace Mathématique Francophone?
- Sur la base de quelles définition et problématisation cette question prend-elle son sens, et cela indépendamment de la réponse qu'on lui apporte ? Par exemple, parle-t-on d'une diminution des inscriptions aux études supérieures dans des programmes qui demandent des mathématiques ? D'une diminution de la réussite en mathématiques dans l'enseignement obligatoire, tel qu'en témoigneraient les évaluations internationales (ex. PISA, TEIMS) ? D'un sentiment de désintérêt pour les mathématiques évoqué par les étudiants ou les enseignants ?
- La désaffection envers les mathématiques, si elle devait être avérée, s'observe-t-elle à partir des étudiants qui délaissent les mathématiques, ou s'agit-il plutôt des mathématiques qui « délaissent les élèves » ? En d'autres termes, d'une réduction des mathématiques enseignées, tant en ce qui concerne les horaires que les contenus ? L'un est-il lié à l'autre ? Et dans une telle configuration, cela signifie-t-il une évolution des sociétés relativement à l'importance qu'elles attachent à la formation mathématique des citoyens ?

Contribution de : Rufina DABO SARR, Ministère de l'Education du Sénégal (Sénégal)

- Femme, science et développement ; la sous-représentation des filles dans les filières scientifiques et techniques au Sénégal.

Le Sénégal met en œuvre le Programme Décennal de l'Education et de la Formation (PDEF) qui entre dans sa phase 3. L'enseignement des sciences figure en bonne place dans la lettre de politique générale de 2009. Dans ce contexte de la faiblesse des effectifs dans les filières scientifiques, l'EMF nous donne l'opportunité de réfléchir sur cette question. Cette communication se décline en 4 points : I - Le système éducatif II - L'enseignement/apprentissage des sciences et de la technologie III - La part des filles IV - Les causes de la désaffection des filières scientifiques et techniques

Sous-thème 2 : SELON LA DESCRIPTION DE LA CRISE QUI EST RETENUE, QUELLES EXPLICATIONS PEUT-ON DONNER AU PHENOMENE CIRCONSCRIT ?

- Quels liens peut-on établir entre le phénomène décrit et le curriculum en vigueur ?
- Quels liens peut-on établir entre le phénomène décrit et la manière dont les mathématiques sont enseignées ?
- Quels liens peut-on établir entre le phénomène décrit et les conditions ou contraintes des systèmes didactiques en jeu ?

- Quels liens peut-on établir entre le phénomène décrit et la formation mathématique et didactique des enseignants ?

Contribution de : Pierre-Alain CHERIX, François CONNE, Audrey DAINA, Jean-Luc DORIER, Annick FLUCKIGER - Equipe DiMaGe, Université de Genève. (Suisse)

- Analyser le rapport aux mathématiques des enseignants peut-il aider à agir contre la désaffection des jeunes pour les études de mathématiques ?

Dans la première partie de ce texte nous rendons compte d'un questionnaire « d'opinion » que nous avons fait passer à des étudiants en première année des sciences de l'éducation de Genève, dont beaucoup se destinent à devenir instituteurs. Dans un deuxième temps, nous présentons un dispositif, où sur la base d'un questionnaire écrit nous faisons se confronter un étudiant futur instituteur et un étudiant de maîtrise de mathématiques. A travers ce dispositif, nous visons à faire émerger des différences significatives dans les rapports aux mathématiques des deux populations.

Contribution de : Alain MERCIER, UMRP3-ADEF, Aix-Marseille Université, INRP (France)

- Pourquoi faire encore des mathématiques, à l'école ?

La question que pose et à laquelle tente de répondre cette communication est politique, mais on tente de mettre à distance l'apologie des mathématiques et la prescription d'une manière de les enseigner, en montrant comment les travaux de recherche connus permettent au moins de dire ce qui serait possible et ce qui serait dommageable. On essaie d'abord de montrer ce que pourraient être *des* raisons d'être de la discipline mathématique à l'école élémentaire commune, c'est-à-dire à l'Ecole et au Collège (élèves de 6 ans à 15 ans), avant de montrer rapidement ce que ces choix pourraient produire comme enseignement spécialisé dans les filières des lycées d'enseignement général, technique, professionnel. C'est une première réflexion, modeste et incomplète, qui n'a d'autre but que de fournir des éléments pour un débat vaste et complexe mais aujourd'hui particulièrement sensible puisque les programmes de l'école sont en question.

Sous-thème 3 : DIVERSES PROPOSITIONS VISANT A AMELIORER L'APPRENTISSAGE DES MATHEMATIQUES ONT ETE DEVELOPPEES DANS UNE PARTIE OU UNE AUTRE DE L'ESPACE FRANCOPHONE. PEUT-ON PARTAGER CES PROPOSITIONS ?

- Y a-t-il des propositions ou des expériences d'enseignement des mathématiques qui se sont avérées pouvoir remplacer avantageusement l'enseignement en vigueur dans un contexte donné ? Sur quelles analyses et en vue de quelles améliorations de l'enseignement sont-elles menées ?
- Que modifient-elles ? Les contenus de savoir, la forme de leur enseignement, autre chose ?
- À quelle échelle ces propositions sont-elles engagées ?
- Quelles sont les contraintes qui pèsent sur leur utilisation et leur diffusion ? Sont-elles diffusées via les programmes, les manuels ou bien expérimentées de façon marginale à l'initiative de quelques personnes ?
- La formation des enseignants prend-elle en compte ces diverses propositions? Si oui, de quelle manière? Si non, pour quelles raisons ?

- Par exemple, les propositions d'ingénieries didactiques, qui ont été élaborées au cours des trente dernières années dans une partie ou une autre de l'espace francophone, sont-elles connues et mises à l'essai au-delà de leur lieu de conception?
- Sont-elles transférables d'un contexte socio-culturel à un autre ? Sous quelles conditions ?

Contribution de : Emmanuelle ROUY, Université de Liège, Centre Interfacultaire de Formation des Enseignants (Belgique)

- Confrontation d'élèves-professeurs à une ingénierie sur les dérivées : ce qui ne (se) passe pas

Si l'intitulé de ce projet spécial mentionne une désaffection pour l'étude des mathématiques, nous choisirons ici d'aborder cette question en revenant d'abord sur la nature des mathématiques effectivement proposées à l'étude au niveau du secondaire supérieur, avant de proposer d'identifier des obstacles au partage de projets d'enseignement « alternatifs ». En particulier, nous montrerons que ces obstacles sont déjà présents dans le discours d'élèves-professeurs en formation initiale, essentiellement de par la difficulté à discriminer différents niveaux de rationalité mathématique.

Contribution de : Denise GRENIER, Institut Fourier, équipe « maths à modeler », Université Joseph Fourier, Grenoble (France)

- Changer le rapport aux mathématiques en intégrant l'activité de recherche dans les classes.

Nous proposons au débat la question suivante : quelle place pour une véritable activité scientifique dans les classes de mathématiques, fondée sur la capacité, devant un problème, à expérimenter, argumenter, conjecturer, modéliser, définir, prouver. Et comment enseigner ces savoir-faire aux élèves ? Nous présenterons des « Situations de Recherche pour la Classe », dont certaines sont intégrées dans des cursus optionnels à différents niveaux et discuterons de leur nécessité et de leur viabilité à côté des activités classiques d'enseignement.

Contribution de : Benoît RITTAUD, Université de Paris 13, Laurent VIVIER, Université d'Orléans - IUFM Centre Val-de-Loire (France)

- La différenciation des curricula des pays de l'Afrique francophone et de l'Océan Indien : L'exemple de la République de Côte d'Ivoire

Après une période d'Harmonisation des Programmes de Mathématiques (HPM), les curricula des pays de l'Afrique francophone et de l'Océan Indien adoptent de nouveaux programmes. Dans ce contexte, le manuel unique de la collection CIAM pour tous les pays du programme HPM n'est plus d'actualité. Plus précisément, le nouveau curriculum de la République de Côte d'Ivoire se base sur les situations-problèmes. La production de situations-problèmes n'est pas une tâche facile et nous analysons dans cette perspective le curriculum de la République de Côte d'Ivoire. Nous exposons nos réflexions d'auteurs de nouveaux manuels pour la République de Côte d'Ivoire ainsi que quelques problèmes posés par cette nécessaire production de situations-problèmes destinées à un manuel.

Le fonctionnement adopté pour les quatre séances de travail

La présentation du thème du projet spécial part de l'identification et de la description d'un phénomène de désaffection envers l'étude des mathématiques pour aller vers les causes ou explications possibles de ce phénomène et se terminer par des propositions d'améliorations de l'enseignement. Nous avons proposé de faire le chemin inverse lors de nos quatre séances de travail à Dakar.

Ainsi, à partir des deux propositions d'améliorations exposées à la première séance (Grenier ; Rittaud & Vivier : sous-thème 3), Emmanuelle Rouy n'ayant pu se rendre au colloque, les participants ont cherché à dégager, en atelier, les causes des problèmes postulés en identifiant les éléments sur lesquels agissent ces améliorations.

La deuxième séance de travail a été principalement consacrée à esquisser, à partir des causes (ou explications) identifiées la veille et de celles proposées dans les présentations (Chérix et al. ; Mercier : sous-thème 2), un portrait de la désaffection à laquelle on cherche à s'attaquer.

Nous appuyant sur les conclusions des séances précédentes et sur une présentation relative au sous-thème 1 (Dabo Sarr) nous avons tenté, lors des troisième et quatrième séances de travail, tout d'abord de statuer sur une description de la désaffection pour, ensuite, refaire le trajet initial afin de vérifier la cohérence des causes et améliorations proposées avec la description retenue. Il s'agissait, en quelque sorte, de boucler la boucle en guise de validation du discours produit.

Voici, de manière plus détaillée, l'organisation des 4 séances de travail.

Séance 1 : Lundi 6 avril 15h00 à 16h30 Des solutions agissant sur quelles causes ?

Sous-thème 3 : Diverses propositions visant à améliorer l'apprentissage des mathématiques ont été développées dans une partie ou une autre de l'espace francophone. Peut-on partager ces propositions ?

15h00 à 15h30 en plénière : Séance d'introduction (brève présentation du contexte du projet spécial relatif à la désaffection envers l'étude des mathématiques, présentation des participants et du fonctionnement prévu pour les sessions de travail). Résultat visé à l'issue des 4 séances : Définition(s), explication(s) et solution(s) relativement à la désaffection envers l'étude des mathématiques.

15h30 à 16h30 en atelier : À partir d'une brève présentation de chacune des propositions d'amélioration nous avons tenté de répondre à la question suivante : Sur quels éléments cherchent à agir les solutions proposées ? En d'autres termes quelles seraient les causes implicites ou explicites aux problèmes postulés auxquels répondent les solutions ou les améliorations présentées?

Les participants se sont divisés en 2 équipes, une équipe pour chacune des propositions relatives au sous-thème 3 (Grenier ; Rittaud & Vivier). Chaque équipe a désigné un secrétaire chargé de la prise de notes, écouté la présentation de l'auteur de la communication pendant 20 min, puis débattu pendant 40 min.

Séance 2 : Mercredi 8 avril 11h30-13h00 Des causes à quelles désaffections ?

Sous-thème 2 : Selon la description de la crise de la désaffection qui est retenue, quelles explications peut-on donner au phénomène circonscrit ?

11h30 à 12h00 : Présentation en plénière, par chacune des 3 équipes, des causes et des problèmes, identifiés en atelier, auxquels les propositions du sous-thème 3 tentent d'apporter des réponses.

12h00 à 13h00 en atelier : À la première séance de travail, les participants ont cherché à identifier les éléments sur lesquels agissent les solutions ou améliorations proposées, tentant ainsi d'expliciter les causes implicites aux problèmes postulés. La deuxième séance de travail a visé, dans un même esprit, à dégager, à partir des causes (ou explications) identifiées la veille et de celles proposées dans les présentations, un portrait de la désaffection à laquelle on cherche à s'attaquer.

Les participants se sont de nouveau divisés en 2 équipes, une équipe pour chacune des propositions relatives au sous-thème 2 (Chérix, Conne, Daina, Dorier & Fluckiger ; Mercier). Le fonctionnement de chacune des deux équipes était le même que celui mis en place la veille : un secrétaire chargé de la prise de notes, une présentation de 20 min par le ou les auteurs de la communication, un débat pendant 40 min.

Séance 3 : Jeudi 9 avril 15h00 à 16h00 Le point sur la désaffection

Sous-thème 1 : Crise de l'enseignement des mathématiques dans différents pays de l'Espace Mathématique Francophone : Réalité ou fantasme ?

15h00 à 15h15 : Présentation, par chacune des 2 équipes de la veille, du portait de la désaffection dégagé.

15h15 à 15h35 : Présentation de la communication relative au sous-thème 1 (Dabo Sarr)

15h35 à 16h00 : Discussion en plénière afin de s'entendre sur une définition/description de la ou des désaffections à partir de la présentation et des définitions dégagées.

Séance 4 : Vendredi 10 avril 10h00 à 11h00 Synthèse pour boucler la boucle

Discussion de la cohérence et des liens entre les définitions/descriptions de la désaffection retenues, les explications (ou causes) proposées et les solutions exposées.

Rédaction d'une synthèse mettant en lien ces 3 éléments en vue de la présentation générale qui suivra.

Lundi 6 avril 15h à 16h30	Sous-thème 3 : Grenier ; Rittaud & Vivier
Mercredi 8 avril 11h30 à 13h00	Sous-thème 2 : Chérix, Conne, Daina, Dorier & Fluckiger ; Mercier
Jeudi 9 avril 15h00 à 16h00	Sous-thème 1 : Dabo Sarr
Vendredi 10 avril 10h00 à 11h00	Discussion et rédaction de la synthèse

La bibliographie de référence

Convert, B. (2006) *Les impasses de la démocratisation scolaire. Sur une prétendue crise des vocations scientifiques*, Editions Raisons d'Agir, Paris.

Establet R. et al. (2005). *Radiographie du peuple lycée, pour changer le lycée*, ESF éditeur, Paris.

Foisy, M., Gingras, Y., Sévigny, J., Séguin, S., (2000). Portrait statistique des effectifs étudiants en Sciences et en Génie au Québec (1970-2000), *Le Bulletin de l'Enseignement Supérieur*, Octobre.

Présentation du document

Dans les pages qui suivent, on trouvera successivement les textes ayant servi de support aux différentes interventions retenues puis, à la suite de ces textes, une synthèse générale des débats auxquels ils ont donné lieu.

Séance 1 : Lundi 6 avril 15h00 à 16h30 Des solutions agissant sur quelles causes ?
Sous-thème 3 : Diverses propositions visant à améliorer l'apprentissage des mathématiques ont été développées dans une partie ou une autre de l'espace francophone. Peut-on partager ces propositions ?

La différenciation des curricula des pays de l'Afrique francophone et de l'Océan Indien : L'exemple de la République de Côte d'Ivoire

Benoît Rittaud, Maître de Conférences section 25, Université de Paris 13

rittaud@math.univ-paris13.fr

Laurent Vivier, Maître de Conférences section 26, Université d'Orléans et Laboratoire de Didactiques André Revuz, Paris 7

laurent.vivier@orleans-tours.iufm.fr

Résumé : Après une période d'harmonisation des programmes de mathématiques, les curricula des pays de l'Afrique francophone et de l'Océan Indien adoptent de nouveaux programmes. Dans ce contexte, le manuel unique de la collection CIAM pour tous les pays du programme HPM n'est plus d'actualité. Plus spécifiquement, le nouveau curriculum de la République de Côte d'Ivoire se base sur les situations-problèmes. La production de situations-problèmes n'est pas une tâche facile et nous analysons dans cette perspective le curriculum de la Côte d'Ivoire en exposant nos réflexions d'auteurs de nouveaux manuels pour ce pays.

I Introduction

I.1 De l'Afrique aux nations

Dans les années 1990 vingt pays[1] d'Afrique ont décidé d'harmoniser leur programme d'enseignement des mathématiques aux niveaux primaire et secondaire. Cette association a permis non seulement de rassembler les forces de vingt nations mais aussi de baisser le coût des manuels, puisque le même manuel était utilisé, pour chaque niveau, dans tous les pays. La réponse éditoriale de la période d'Harmonisation des Programmes de Mathématiques (HPM) a été

1 Bénin, Burkina Faso, Burundi, Cameroun, Centrafrique, Comores, Congo Brazzaville, Congo Kinshasa, Côte d'Ivoire, Djibouti, Gabon, Guinée Conakry, Madagascar, Mali, Mauritanie, Niger, Rwanda, Sénégal, Tchad, Togo.

pour l'essentiel remplie par la Collection Inter-Africaine de Mathématiques (CIAM) édité par les Éditions Classiques d'Expression Française (EDICEF), partenaire du programme HPM.

Dès 2002, un des objectifs du dixième séminaire de suivi de l'Harmonisation des Programmes de Mathématiques a été de réfléchir à un « toilettage » des programmes harmonisés tout en réfléchissant à une orientation des curricula vers une pédagogie par compétences. Depuis quelques années certaines nations se sont démarquées de cette ossature commune.

Aujourd'hui, les savoirs mathématiques à enseigner dans deux pays peuvent largement différer sur certains thèmes. Par exemple, si les programmes de tous les pays introduisent les statistiques et le repérage du plan, ces chapitres n'apparaissent pas toujours au même niveau d'enseignement. D'autres points sont plus spécifiques mais modifient substantiellement l'organisation des mathématiques enseignées. Par exemple, la propriété caractéristique d'équidistance à deux points de la médiatrice est hors programme en classe de sixième (grade 6) de la Côte d'Ivoire alors qu'elle doit être enseignée à ce niveau dans beaucoup d'autres pays. De même, les registres sémiotiques ne sont pas toujours identiques, ce qui change les possibilités de traitements et de représentations. Par exemple les signes $\geq$ et $\leq$ sont proscrits du début du collège en Côte d'Ivoire alors qu'ils sont utilisés dans d'autres pays dès la classe de sixième (grade 6).

Forts de la formation didactique d'une partie des cadres pédagogiques, les curricula se sont engagés dans des voies ambitieuses. Il est à noter que les théories de l'apprentissage (et notamment le constructivisme de Piaget et le socio-constructivisme de Vytgotski) ainsi que les théories didactiques (dont notamment la Théorie des Situations Didactiques de Brousseau) sont citées plus ou moins explicitement.

On peut se rendre compte de la diversité des curricula nationaux avec la Côte d'Ivoire, le Bénin, le Sénégal et le Gabon :

- la Côte d'Ivoire et le Bénin ont changé leurs programmes en se basant sur la Formation Par Compétences avec une mise en avant des situations-problèmes ;
- le Sénégal a adopté un nouveau curriculum dont les directives sont moins contraignantes que les deux pays précédents mais où la référence didactique est claire ;
- le Gabon conserve les programmes HPM.

I.2 L'exemple de la RCI

Les manuels CIAM ont un peu vieilli et ne répondent plus directement aux programmes de certains pays dont notamment la République de Côte d'Ivoire (RCI). Néanmoins, ces manuels sont toujours utilisés, soit par habitude après une décennie de quasi-monopole, soit par un manque d’ouvrages adéquats. D'autres manuels sont utilisés en RCI dont ceux de la collection Théorème, éditée par Hatier International, qui, avec ceux de CIAM, sont les seuls manuels cités par le curriculum de la RCI. Ces deux manuels ne sont toutefois pas en adéquation avec le curriculum de RCI, que ce soit sur la forme – Formation Par Compétences, situation-problème – et sur le fond – notions mathématiques abordées.

La RCI, avec son nouveau curriculum, se lance dans une nouvelle voie éducative pour laquelle les manuels disponibles ne peuvent servir que de ressource ponctuelle. C'est dans ce contexte que les éditions EDICEF ont lancé fin 2007 les bases d'une nouvelle collection en phase avec le nouveau curriculum de la RCI. Le projet est ambitieux et les contraintes sont nombreuses. Citons par exemple le faible nombre de pages, un programme de sixième très chargé et le fait que chaque chapitre se doit de débuter par une situation-problème suivie d'activités de découverte (cf. partie IV).

Les éditeurs ont choisi de nous confier la tâche d'écriture en collaboration avec des collègues ivoiriens. Nous présentons dans ce papier les difficultés importantes qu'imposent le nouveau curriculum de RCI et les incidences sur la réalisation d'un manuel de sixième (grade 6) en adéquation avec la demande institutionnelle. Nous commençons par présenter ce nouveau curriculum en exposant ses bases théoriques et ses spécificités. Puis nous analyserons quelques situations-problèmes proposées par l'institution ce qui permettra de mettre en évidence certains écueils à éviter. Enfin, nous présenterons notre point de vue avec ce nouveau manuel, en cours d'écriture. Nous montrerons en quoi cet ouvrage tâche de répondre à la difficile demande institutionnelle de la RCI, compte tenu des multiples contraintes que nous rencontrons.

II Le curriculum de la Répubique de Côte d'Ivoire

II.1 Formation Par Compétences

La Formation Par Compétences (FPC) en RCI, que le curriculum ([8] page 36) oppose à la Pédagogie Par Objectif, repose explicitement sur le constructivisme (Piaget, 1947), le cognitivisme (Tartif, 1992) et le socio-constructivisme (Vygotsky, 1997). L'accent est mis sur les compétences transversales et les Domaines Relatifs à la Vie Quotidienne (DRVQ) comme on peut lire en page 4 du document officiel [8] : « La compétence du programme sera développée en étroite liaison avec les compétences transversales et les domaines relatifs à la vie quotidienne ». Les disciplines sont décloisonnées en cinq domaines[2].

La Compétence Disciplinaire (CD) est, pour les mathématiques : « Résoudre des problèmes de la vie courante à l'aide des mathématiques ». Pour centrer l'activité de l'élève sur la résolution de problèmes, le curriculum de RCI met très fortement l'accent sur la situation-problème (cf. partie III). Elle constitue l'outil de base pour les apprentissages comme le précise le document [9] page 4 : « Au cœur du constructivisme de Piaget et du socio-constructivisme de Vygotsky se trouve la situation-problème ».

La compétence disciplinaire est évaluée à la fin d'un cycle de deux ans, elle est alors nommée compétence de fin de cycle. Cette dernière « exprime le profil de sortie de l'apprenant à la fin d'un cycle de formation. En outre la maîtrise de cette compétence constitue la condition d'accès au cycle supérieur ».

II.2 L'évaluation

L'évaluation occupe une part importante des textes officiels qui en précisent la forme et les moyens :

- « l'évaluation en FPC est uniquement un recueil d'informations. Avec la FPC c'est le niveau de maîtrise d'une compétence par l'apprenant qui est évalué et non sa performance [...]. Il s'agit de l'évaluation critériée » ([9] en page 3) ;
- les outils d'évaluations sont : les activités d'application, d'intégration et les situations-problèmes d'évaluation d'une compétence de base. Par *intégration* le curriculum désigne la mobilisation de plusieurs savoirs, savoir-être et savoir faire pour résoudre une situation-problème d'évaluation.

Pour permettre l'évaluation de la Compétence Disciplinaire (CD), celle-ci est déclinée de deux manières qui ne se recoupent pas complètement :

I. Un premier découpage général en capacités, habiletés et critères d'évaluation (voir le tableau en annexe, [9] page 13) qui est centré sur la situation-problème. On y note très peu d'items

2 Les langues, les sciences et technologies, l'univers social, le développement physique et sportif, les arts.

relatifs aux mathématiques ; le propos est toujours très large.

II. Un deuxième découpage plus mathématique en deux compétences de bases[3], relatives respectivement à la géométrie et à l'arithmétique, pour lesquelles sont précisés d'autres critères d'évaluation (voir Tableau 1, tiré de [9] page 17), toujours très larges malgré la référence à un domaine mathématique :

Compétence de base	Critères minimaux d'évaluation	Critères de perfectionnement
Compétence de base 1	❖ Réalisation correcte de la construction ❖ Collaboration judicieuse avec ses pairs ❖ Identification correcte du modèle correspondant au problème ❖ Utilisation correcte du langage mathématique ❖ Application correcte des propriétés, règles et définitions choisies ❖ Traduction correction des données du problème	❖ Justification correcte de la construction ❖ Sélection pertinente des données ❖ Sélection pertinente des propriétés, règles et définitions
Compétence de base 2	❖ Traduction correction des données du problème ❖ Application correcte des propriétés, règles et définitions choisies ❖ Sélection pertinente de la stratégie liée au modèle donné ❖ Etablissement correct des similitudes entre le modèle donné et d'autres situations problèmes.	❖ Sélection pertinente des données ❖ Sélection pertinente des propriétés, règles et définitions

Tableau 1

II.3 Les compétences disciplinaires en classe de sixième

La Compétence Disciplinaire (CD) est, pour les mathématiques : « Résoudre des problèmes de la vie courante à l'aide des mathématiques ». Elle se décline, pour la classe de sixième[4] (grade 6), en deux Compétences de Base (CB1 et CB2) :

> CB1 : « A partir d'une situation-problème se rapportant à la droite, au segment, au triangle, au parallélogramme, au cercle ou aux solides, l'apprenant(e) résout un problème de construction ou de raisonnement en utilisant les propriétés des figures symétriques par rapport à un point ou à une droite. »
>
> CB2 : « Étant donnée une situation-problème se rapportant aux nombres entiers, aux nombres décimaux, aux fractions, à la proportionnalité ou aux statistiques, l'apprenant(e) résout une situation problème relative : à l'établissement d'une facture, au partage, à l'agrandissement/réduction d'une figure, à la vitesse moyenne, au débit moyen, au recueil, à l'organisation, l'interprétation de données statistiques. »

À chacune de ces Compétences de Base est associé un thème :

I. Pour la CB1 le thème retenu est : *Je résous des problèmes de vie courante en utilisant des droites, des triangles, des quadrilatères et des cercles.*

II. Pour la CB2 le thème retenu est : *Je résous des problèmes de vie courante en utilisant des données relatives aux nombres entiers, aux nombres décimaux, aux fractions, à la proportionnalité et à la statistique.*

---

3 Elles sont elles-mêmes découpées de plusieurs manières, cf. section II.3.

4 Les différences avec la classe de cinquième (grade 7) pour toutes les compétences, thèmes et leçons sont minimes.

Les CB1 et CB2 sont ensuite déclinées en leçons et contenus ([8] pages 54-58) ainsi qu'en savoirs, savoir-faire, savoir-être[5] et contenus ([9] pages 15-16).

La CB1 est déclinée en 5 leçons :

- Leçon 1 : *J'utilise les droites et les angles pour construire ou raisonner.*
- Leçon 2 : *J'utilise des segments, des triangles et des cercles pour raisonner ou construire.*
- Leçon 3 : *J'utilise des symétries pour construire ou raisonner.*
- Leçon 4 : *J'utilise des parallélogrammes pour raisonner.*
- Leçon 5 : *Je construis des patrons pour réaliser des solides.*

La CB2 est déclinée en 4 leçons :

– Leçon 1 : *J'utilise les nombres décimaux relatifs pour expliquer des situations.*
– Leçon 2 : *J'utilise les fractions pour partager.*
– Leçon 3 : *J'utilise la proportionnalité pour organiser des données.*
– Leçon 4 : *J'organise des données statistiques.*

Le document [9] reprend ensuite leçon par leçon le découpage savoirs, savoir-faire, savoir-être et contenus ainsi que les critères d'évaluations (minimaux et de perfectionnement).

II.4 Commentaires sur la FPC en RCI

On note plusieurs niveaux d'évaluation. La CD est évaluée directement avec les situations-problèmes (notamment en fin de cycle) et à travers les deux compétences de bases aux objectifs plus précis. Les compétences de bases elles-mêmes proposent deux niveaux d'évaluation : un niveau global et un niveau local pour chaque leçon. On peut penser qu'il est bien difficile pour un enseignant de s'y retrouver et de comprendre clairement les demandes du curriculum en ce qui concerne l'évaluation.

En outre, bien que le curriculum ne prenne pas en compte cette dimension, il faut bien descendre à des objectifs plus précis et directement liés à la discipline pour évaluer les macro-compétences du curriculum. Car même si les compétences de bases sont un peu plus précises, d'un point de vue pratique il faut bien prendre en compte la discipline dans le détail afin d'évaluer les critères. Par exemple, pour le critère minimal « Réalisation correcte de la figure », cela dépend fortement du type de tâches et des techniques requises : selon que l'utilisation du rapporteur est nécessaire ou non, la difficulté est bien différente.

Les critères d'évaluations des leçons permettent de préciser les critères d'évaluation en les limitant au cadre fixé par la leçon. Par exemple, la leçon 1 précise comme critère minimal d'évaluation : « réalisation correcte d'une construction mettant en œuvre les savoirs et savoir-faire relatifs à cette leçon », c'est-à-dire aux droites et aux angles. On peut alors penser que les critères d'évaluation des compétences de bases sont remplis s'ils le sont pour chaque leçon où apparaît ce critère (cf. critère surligné, tableau 1). Mais si certains critères sont bien délimités d'autres conservent un caractère très global. Par exemple, Pour la leçon 2 de la CB1 on note les deux critères d'évaluation suivants :

– « construction correcte d'un triangle particulier », relatif à un type de tâches usuel à ce

5 Les trois savoir-être sont : *faire preuve de persévérance, manifester un esprit de collaboration, faire preuve de précision et de concision.*

niveau ;

- « application correcte des définitions, propriétés et règles pour résoudre un problème », relatif à un genre de tâches qui pose le problème crucial des techniques à la disposition des élèves.

La Compétence Disciplinaire précise le champ disciplinaire (les mathématiques) en le cantonnant à un rôle d'outil pour la vie courante, la CB1 est relative à la géométrie et la CB2 à l'arithmétique. Ces compétences sont très larges et le niveau opérationnel est celui des leçons. Mais s'il n'y a rien à dire du point de vue mathématique sur ce regroupement en leçons, il n'en est pas de même du point de vue didactique :

- La leçon 1 de la CB1 initie le travail géométrique avec les droites, demi-droites et surtout les angles qui constituent une grandeur difficile pour les élèves. Les objets mathématiques – cercles, triangles, parallélogrammes – ne viennent qu'après alors que les configurations géométriques constituées par ces objets peuvent donner du sens aux angles.
- La leçon 3 de la CB1, en regroupant les deux symétries, peut être une source de grande confusion pour l'élève.
- La leçon 1 de la CB2 est extrêmement large et semble négliger les deux problèmes majeurs posés par les décimaux arithmétiques et les nombres relatifs.

Ce découpage en leçons qui semble être imposé aux enseignants risque fort de créer de très nombreux problèmes dans leurs réalisations pratiques. Une réorganisation des connaissances à partir de ces leçons nous semble nécessaire (cf. partie IV).

III La situation-problème

Nous approfondissons dans cette section la notion de situation-problème dans le nouveau curriculum de la RCI. Nous en précisons les caractéristiques, au sens du programme de la RCI, puis nous analysons deux situations-problèmes[6] proposées par le curriculum de RCI pour la classe de sixième. Elles doivent introduire, respectivement, les notions mathématiques de symétrique par rapport à un point et de nombres relatifs.

III.1 La situation-problème : définition et référence didactique

Les références didactiques sont constituées pour l'essentiel par la Théorie des Situations Didactiques (TSD) avec une mise en avant importante des situations-problèmes. La situation-problème est définie assez longuement dans le curriculum ivoirien qui mentionne plutôt un « essai de définition » et les « caractéristiques d'une situation-problème ». On note rapidement des liens forts avec la Théorie des Situations Didactiques (TSD) de Guy Brousseau[7] comme par exemple :

- le curriculum ([9] page 5) indique comment gérer la classe en indiquant l'enchaînement des phases dévolution – action – formulation – validation – institutionnalisation – entraînement – évaluation ;
- la notion d'obstacle à franchir, par le biais d'un conflit cognitif, ou socio-cognitif, est cruciale.

Néanmoins, les définitions d'une situation-problème et d'une situation didactique au sens de la TSD différent sur certains points. Par exemple, le curriculum de RCI ne fait pas référence à l'adidacticité d'une situation alors qu'en TSD, le potentiel adidactique d'une situation est essentiel

6 Une autre situation-problème institutionnelle est proposée sur le thème des fractions ([8] Page 44), mais l'énoncé est problématique et nous ne savons pas comment le traiter.

7 Guy Brousseau est explicitement cité pour l'entrée « situation didactique » d'un petit lexique ([9] page 56).

car il conditionne le savoir nouveau que l'élève aura à sa charge. Ceci peut s'expliquer par le fait que le rôle joué par la dévolution n'est pas le même (cf. point 2 ci-dessous). Il n'y a pas non plus de mention du milieu, ni des rétroactions, ni d'un retour à la phase d'action après une éventuelle invalidation.

Les caractéristiques d'une situation-problème sont exposées en 7 points ([9] page 5) :

1. Il y a situation-problème si c'est un problème nouveau clairement posé à l'apprenant (qu'il ne sait pas résoudre au départ).
2. Il doit pouvoir se réapproprier le problème, cette dévolution permet à l'enseignant de ne plus intervenir comme évaluateur mais comme personne ressource.
3. La complexité des problèmes choisis ne doit pas être excessive. L'apprenant doit assez vite prendre conscience qu'ils sont à sa portée. C'est une condition pour que la démotivation ne le gagne pas.
4. L'apprenant doit pouvoir construire son modèle (ou proposer une solution) en émettant des hypothèses à partir de ses conceptions et de ses connaissances antérieures.
5. L'apprenant doit pouvoir vérifier ses hypothèses pour éventuellement les modifier.
6. La situation-problème doit permettre à l'apprenant de décider si une solution est correcte ou non : il doit avoir en main les moyens de validation et de vérification et c'est lui qui doit prendre la responsabilité de cette validation du résultat. A charge pour l'enseignant de proposer un enjeu stimulant la rectification de l'erreur.
7. La situation-problème doit être organisée pour que la connaissance à faire acquérir à l'apprenant soit effectivement l'outil le plus approprié pour la résolution de ce problème.

Le curriculum donne également ([9] page 5) quelques pistes pour construire une situation problème sous forme de questions. Ces questions, bien que pertinentes, sont pour la plupart difficiles (rôle de la notion en mathématiques, dans la société, apparition historique, etc.). La présentation laisse penser que l'on donne ainsi aux enseignants les moyens de produire des situations-problèmes. Or, il est notoire que la production de situations-problèmes est un travail difficile et nous allons voir que les situations-problèmes proposées par le curriculum de RCI ne sont malheureusement pas à la hauteur des ambitions affichées.

III.2 Points symétriques par rapport à un point

Dans le document [8], page 50, on trouve la situation-problème suivante qui sert de point de départ pour la leçon 3 du thème 1 (symétriques par rapport à un point) :

> « Pour le décor nécessaire à la réalisation de l'émission Tonnerre dans ta ville, on installe un podium en bois dont le contour est circulaire. Tu dois éclairer ce contour avec 6 ampoules jaunes et 6 ampoules vertes au sol. Tu dois les disposer de façon alternée et régulière.
>
> Réalise le plan correspondant à cette situation. »

L'évocation de l'émission, très populaire, Tonnerre permet effectivement de plonger le problème posé dans la vie courante. Un scénario de cours est décrit à la suite. La leçon débute par la mise en activité des élèves en groupe avec cette situation pour une durée de 10 minutes. Puis chaque groupe présente au tableau sa solution. L'activité suivante consiste à tracer un cercle de centre O et un de ses diamètres $[AB]$ pour poser la question : « que représente O pour $[AB]$? ». Le cours suit et, à la fin de la leçon, on réalise le plan du podium par une activité dirigée : tracer un cercle et un diamètre, placer 6 points avec les angles de 30° d'un même côté de ce diamètre, puis placer les 6 autres par symétrie.

La caractéristique numéro 7 d'une situation-problème n'est clairement pas remplie : la symétrie centrale n'est pas requise pour résoudre ce problème, même si elle peut intervenir comme le montre la résolution proposée par le curriculum. Faisons pour cela une rapide analyse *a priori* de la situation-problème proposée.

Parmi les procédures qui mènent au bon plan, on peut citer une méthode qui consiste à placer les points de manière approximative ou encore le report du rayon avec le compas. Cette dernière a pu être travaillée au premier degré pour, par exemple, dessiner une rosace. Cela permet de placer 6 ampoules, il reste alors à placer les 6 autres, par exemple en procédant à un décalage approximatif ou à l'aide d'une médiatrice d'une corde d'extrémités deux sommets de l'hexagone tracé.

Le tracé d'un diamètre peut être raisonnablement attendu, puisqu'il s'agit d'un partage équitable d'un cercle ou disque. Il peut mener à une impasse, ou une erreur, si les élèves proposent de redécouper en deux parties égales chacune des moitiés. Notons en outre que le tracé de deux diamètres perpendiculaires permet d'avoir des sommets des deux hexagones réguliers composant le dodécagone.

La procédure experte à laquelle on peut s'attendre est la suivante : tracer un diamètre, repérer un angle plat[8], calculer[9] 180°/6=30°, placer les points espacés de 30° <u>des deux côtés du diamètre</u>. En effet, rien n'empêche de continuer la procédure proposée par le curriculum avec les angles, si ce n'est la consigne de l'activité dirigée. Et si un élève pense à symétriser la figure, il utilisera plutôt la symétrie axiale, qu'il a déjà dû rencontrer (par exemple avec le pliage au premier degré).

Pour conclure, il s'agit en fait plutôt d'un travail sur les angles d'un dodécagone régulier. Ceci peut facilement se voir en faisant varier la variable didactique numérique : si on prend un pentagone ou tout n-gone avec n impair, le problème est le même, la procédure consistant à reporter des angles de 180°/n avec, ou non, symétrie axiale est tout à fait valide. En revanche, la procédure, proposée par l'institution, utilisant la symétrie centrale est erronée.

III.3 Les nombres relatifs

Dans le document [9], page 57, on trouve la situation-problème suivante qui sert de point de départ pour la leçon 1 du thème 2 (décimaux relatifs) :

> « L'association des jeunes de la commune de Bouaflé organise pendant les vacances un tournoi de football opposant sept quartiers de la ville et doté de la coupe du maire. Les différentes équipes de ces quartiers portent les noms d'équipes du championnat européen.
>
> Les résultats des éliminatoires sont enregistrés dans le tableau ci-dessous.
>
> [*Le tableau regroupe 7 équipes, donne les points de chaque équipe 15-11-11-8-8-6-5 avec les buts encaissés et marqués.*]
>
> Fais le classement de toutes les équipes pour savoir si l'équipe de Chelsea fera partie des quatre premières équipes qui iront en demi-finale. »

8 C'est le point difficile car il n'y a, à proprement parler, pas d'angle.

9 Le partage en deux fois six points par un diamètre est nécessaire car les angles sont tous plus petits qu'un angle plat. Le calcul 360°/12 est exclu à ce niveau.

Ici encore la référence à la vie quotidienne est présente, même si le classement par la différence de buts n'est pas rappelé dans l'énoncé. Ceci peut mettre certains élèves dans l'embarras ou les pousser à choisir d'autres critères de sélection (par exemple le nombre de buts marqués).

Après un premier classement avec les points, il y a deux couples d'équipes à départager en utilisant la différence de buts : +2 et +3 pour les équipes à 11 points et -1 et +1 pour les équipes à 8 points.

Il est clair que les nombres relatifs ne sont pas nécessaires car les équipes peuvent être départagées en disant « telle équipe a marqué 2 buts de plus qu'elle n'en a encaissé » ou « telle équipe a encaissé 2 buts de plus qu'elle n'en a marqué », etc. D'ailleurs, le scénario proposé par le curriculum donne le classement final sans l'aide des nombres relatifs.

Les signes + et – font l'objet de la suite, ils sont introduits comme une simple notation pour écrire « 2 buts de plus » ou « 2 buts de moins ». Ces signes, les élèves les connaissent déjà car on les rencontre dans la vie de tous les jours et la présentation a des chances de ne pas poser de problème car le passage est congruent (il faut tout de même ne pas écrire 2+ ou 2-). Le vrai problème que n'élude pas la situation-problème est le registre sémiotique en jeu. Par exemple, pour les traitements, ce sont surtout la somme et la comparaison qui sont en jeu en sixième. Ils sont exclus du scénario car les calculs et les comparaisons sont effectués en amont. Ce sont pourtant les traitements qui permettent de dire que ces nouvelles notations sont des nombres.

La situation peut, une fois la notation donnée, directement mener à la comparaison de +2 et +3 ainsi que de -1 et +1, mais ceci n'apparaît pas. Il nous semble que cette situation, loin d'être inintéressante, n'est pas pleinement exploitée. Car finalement elle ne sert que d'introduction à une nouvelle notation alors que la comparaison des nombres relatifs est à portée.

IV La nouvelle collection EDICEF

Nous présentons dans cette section le manuel sixième de la collection de mathématiques pour le collège en RCI que nous écrivons pour EDICEF[10]. Nous centrons notre propos sur les situations-problèmes et nous exposons certaines adaptations nécessaires du curriculum.

IV.1 Présentation du manuel sixième

Nous avons, comme annoncé ci-dessus, restructuré les connaissances à partir des leçons du programme de la RCI. Néanmoins, chaque leçon est traitée en chapitres (entre un et trois par leçon) sauf pour les leçons 1 et 2 de la CB1 qui sont réorganisées en quatre chapitres : un premier chapitre « droites, points, segments » de base pour pouvoir facilement travailler en géométrie, suivi du chapitre sur les cercles, un chapitre sur les triangles puis, plus loin, un chapitre sur les angles.

Ce découpage se justifie par la volonté d'avoir tout de suite des activités intéressantes. En effet, si les droites et les angles constituent un thème intéressant, aborder la géométrie sans les segments ni les longueurs nous a semblé inadéquat à ce niveau. Les angles sont reportés après les chapitres sur les objets de bases de la géométrie (droites, segments, cercles, triangles, parallélogrammes). L'avantage est double : on diffère l'introduction de cette grandeur difficile, comme nous l'avons déjà signalé, et cela permet un nombre conséquent d'applications pour travailler avec les angles.

Chaque chapitre débute par une situation-problème puis par des activités de découvertes pour permettre d'institutionnaliser les points importants du cours. Les situations-problèmes se doivent

[10] Dans l'organisation éditoriale, la version du manuel dont il est question dans cet article doit être soumise à l'expertise des collaborateurs de Côte d'Ivoire.

d'être, sauf exception, toujours contextualisées. Le questionnement est réduit comme cela est préconisé dans les programmes de RCI où le nombre de questions est de 2 au maximum pour une situation-problème ([8], page 38). Même s'il est parfois nécessaire de détailler l'environnement d'une situation par des questions, le cœur de la situation est laissé à la charge de l'élève. En revanche, les activités de découverte ne sont pas toujours contextualisées. Elles ont pour objectif d'introduire un point particulier du cours en évitant de l'exposer frontalement. Ainsi, il est parfois nécessaire de centrer une activité sur les mathématiques. Le questionnement est un peu plus directif afin de guider l'élève vers la notion ou la technique visée. Il est à noter que ce type de structure est tout à fait conforme au curriculum de la RCI comme il est écrit dans [9] en page 10 :

> « N.B. Si la situation-problème n'a pas suffi à installer toutes les habiletés de la leçon, les habiletés restantes peuvent être installées au moyen d'autres activités qui respectent la structure des situations-problèmes. Ces dernières ne sont pas forcément de vie courante. [...] Ces activités pratiques permettent de visualiser les concepts mathématiques à introduire. Les activités choisies dans cette partie ne doivent pas être trop morcelées (éviter la méthode des petites marches). »

IV.2 Les situations-problèmes dans le manuel

Une des contraintes éditoriales impose que la situation-problème tienne sur, environ, une demi-page et il n'est pas toujours simple de trouver une situation adéquate pour tel ou tel chapitre. Nous le savons, produire une situation-problème est une tâche difficile. Mais même si nous tentons d'utiliser en priorité des situations-problèmes déjà testées dans les ingénieries didactiques, une des tâches qui nous incombent est d'écrire des situations-problèmes *ad hoc*.

Dans un premier temps, nous avons écrit des situations-problèmes qui, sans être des situations didactiques au sens de la TSD, tentaient d'avoir un potentiel adidactique. C'était ce qui était convenu avec l'éditeur. Mais, devant la nouveauté certaine dans la profession, une retraite s'est opérée avec, il est vrai, de bons arguments :

- pour proposer et gérer une phase adidactique il faut avoir une solide formation didactique, ce qui n'est pas le cas de tous les enseignants ;
- il est bien difficile de faire vivre une situation-problème, sur une longue durée, dans une classe dont le nombre d'élèves dépasse la cinquantaine – ce qui est malheureusement trop souvent le cas.

Entre théorie (TSD), curriculum ([8], [9]), contraintes éditoriales (EDICEF) et la réalité du terrain (nombre d'élèves par classe, formation des enseignants), il a fallu se frayer une voie. Nous avons donc ajouté des « petites questions » pour orienter l'élève – mais aussi l'enseignant – vers le savoir visé. Tout le problème est alors de garder un petit potentiel adidactique, d'être à la portée des élèves sans donner tout le savoir.

Nous espérons que, ponctuellement, les situations proposées dans le manuel seront reprises par certains enseignants pour en faire des situations-problèmes plus en rapport avec le curriculum et la TSD. Il faudra pour cela au minimum réduire le questionnement que nous jugeons un peu trop directif. Il s'agit d'un des points que devra traiter le guide pédagogique qui encadrera les manuels de la nouvelle collection.

Ainsi, dans le manuel, la différence *a priori* très grande entre la situation-problème et les activités de découverte s'est amenuisée. Car même si les activités de découverte restent plus directives, nous essayons de leur laisser un potentiel adidactique afin de ne pas en faire, comme trop souvent, un exercice comme un autre.

IV.3 Un exemple de difficulté liée à la production de situations-problèmes

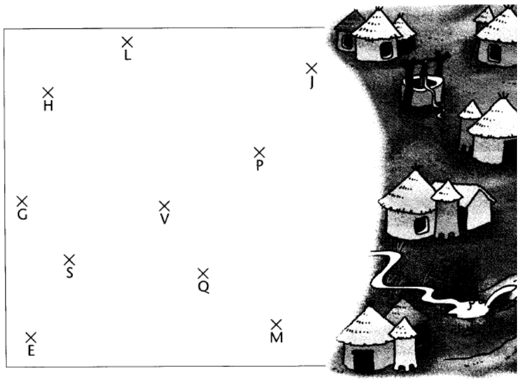
Le nécessaire découpage du savoir à enseigner a une grande incidence sur la production de situations-problèmes. Nous exposons ici une difficulté liée à l'objet médiatrice.

La propriété caractéristique de la médiatrice comme lieu des points à équidistance de deux points distincts est un excellent point de départ pour faire une situation-problème pouvant introduire les notions de milieu, droite, perpendiculaire, alignement et bien entendu l'objet médiatrice. Les auteurs du manuel Théorème utilisent pleinement cette possibilité ([11] page 29) car elle permet une contextualisation aisée et une mise en activité rapide des élèves :

Activité de découverte : Qui est le plus près de la source ?

Sur la figure, les croix représentent des villages. La croix S représente une source et la croix P un puits.

Avec un papier-calque, reproduis cette figure sur une feuille.



[*La suite consiste en 8 questions assez dirigées.*]

Malheureusement, cette possibilité est interdite par les nouveaux programmes de la RCI eux-mêmes et il n'est pas raisonnable de modifier les notions au programme et d'importer la propriété caractéristique de la médiatrice de la classe de cinquième (grade 7).

Le premier chapitre de géométrie (points, droites, segments) commence donc par une situation classique sur les rails de chemin de fer tout en sachant que les rails ne sont pas toujours rectilignes et que certaines notions ne seront pas institutionnalisées (distance entre droites parallèles).

> On imagine que les deux rails sont des lignes droites (sans épaisseur).
> 1) Trace sur une feuille blanche une ligne droite assez longue, qui représente un rail.
> Tout le problème est de trouver comment placer le second rail, bien parallèle au premier et à distance convenable.
> 2) Sur ton dessin, place une traverse de 3 cm. (Ainsi, sur ton dessin, 2 cm représentent 1 m.)[11]
> 3) Place d'autres traverses, distantes de 4 cm les unes des autres.
> 4) Comment placer le second rail à l'aide des traverses déjà placées ?
> Une fois la construction faite, l'ingénieur trouve qu'elle n'est pas assez solide. Il demande à ce qu'on place deux fois plus de traverses pour une même longueur de rails.
> 5) Trace sur ton dessin les nouvelles traverses demandées par l'ingénieur.

Les deux notions centrales en jeu ici sont celles de droites perpendiculaires et de distance entre deux droites parallèles. Pour réaliser convenablement la figure demandée, ces deux concepts sont nécessaires, au moins en actes. On remarque toutefois, après la présentation du problème du parallélisme des rails, un questionnement assez précis pour fermer le problème. Mais, comme discuté précédemment, il nous semble que malgré tout il reste une partie essentielle du savoir, les deux concepts cités, que l'élève doit prendre en charge.

11 Un visuel et une légende précise le mot *traverse* et la distance entre chaque rail qui est d'environ 1,5 m.

V Conclusion

La position du nouveau curriculum de la RCI est ambitieux. Il propose de modifier l'enseignement des mathématiques pour intégrer les apprentissages mathématiques au développement général des sujets apprenants. Pour atteindre cet objectif, les concepteurs de ce nouveau programme d'enseignement s'appuient fortement sur la recherche en didactique des mathématiques et sur la notion de situation-problème, dans un sens proche de celle de situation de la TSD.

Malheureusement, la formation par compétences et l'évaluation qui la sous-tend nous semblent peu lisibles, peu opérationnelles et, finalement, peu efficaces. De même, si le changement du curriculum de la RCI avec une mise en avant des situations-problèmes peut permettre un changement qualitatif de l'enseignement des mathématiques, il nous semble que ce changement va trop loin et risque de ne pas pouvoir atteindre ses objectifs. En effet, les tentatives de modification radicale des curriculum sont très souvent vouées à l'échec car il est nécessaire d'avoir l'adhésion des enseignants et surtout que leurs adaptations à ce nouveau curriculum soient possibles. D'un point de vue externe, on peut rapprocher la situation de la RCI avec celle de la Grèce et de son nouveau curriculum de 2003 [6].

A partir de ce constat, dans la nouvelle collection EDICEF nous allons dans le sens du curriculum – en tenant compte des contraintes éditoriales incontournables. Mais nous voulons éviter une position qui mettrait les professeurs et leurs élèves dans l'embarras. Nous pensons que la mise en avant des situations-problèmes, même dans un sens faible, peut permettre de modifier la représentation des mathématiques. L'enseignement des mathématiques est souvent perçu comme un enseignement descendant (*top-down*) : le professeur a le savoir, il le transmet à l'élève et l'élève applique ce nouveau savoir. Il ne s'agit pas de vouloir renverser totalement ce schéma, mais de relativiser cette conception de l'enseignement des mathématiques en proposant un autre choix.

Bibliographie

[1] Actes du 10e séminaire de suivi de l'Harmonisation des Programmes de Mathématiques dans les pays francophones d'Afrique et de l'Océan Indien, 2002.

[2] BROUSSEAU, G. (1998), *Théorie des Situations Didactiques*, La pensée Sauvage.

[3] CHEVALLARD, Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **19.2**, 222-265.

[4] Douady, R. (1986), Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7.2, 5-31.

[5] DUVAL, R. (1995), *Sémiosis et pensée humaine*, Peter Lang, Berne.

[6] Kuzniak, A. & Vivier, L., *A French look on the Greek Geometrical Working Space at the secondary school level,* Actes CERME 6, à paraître.

[7] SALIOU, T., L'enseignement des mathématiques dans les pays francophones d'Afrique et de l'Océan Indien, ZDM 2002 Vol. 34 (4).

Textes Officiels de la RCI

[8] Curriculum de formation par compétences 6ème/5ème, Domaine des Sciences et Technologie, Ministère de l'Education Nationale, République de Côte d'Ivoire.

[9] Enseignement Mathématique, Formation par Compétences, Domaine des Sciences et Technologie, Direction de la pédagogie et de la formation continue, RCI, 2007.

Manuels cités dans le curriculum de la RCI

[10] Collection Inter Africaine de Mathématiques 6, EDICEF, 1993.

[11] Théorème mathématiques 6e, Hatier International, 2002.

Annexe : Tableau [9] pages 13 et 14, critères d'évaluation.

CAPACITES	HABILETES	CRITERES D'EVALUATION
Décoder les éléments de la situation - problème.	- Identifier le sens des termes et des symboles mathématiques ; - Dégager l'information contenue dans une représentation graphique, un tableau, un dessin, un schéma ou un énoncé ; - Distinguer les données pertinentes des données non pertinentes ; - Dégager la tâche à réaliser.	- Identification correcte du sens des termes et des symboles scientifiques et mathématiques ; - .Traitement efficace de l'information relative à une situation - problème ; - Circonscription correcte de la tâche à réaliser.
Modéliser la situation - problème	- Etablir des similitudes avec d'autres situations – problèmes. - Identifier un modèle correspondant au problème. - Traduire la situation problème en langage mathématique ; - Représenter la situation à l'aide d'objets, de tableaux, de symboles.	-Association pertinente de situations-problèmes. - Pertinence du choix du modèle. - Traduction correcte de la situation problème en langage mathématique - Représentation correcte de la situation.
Mettre en œuvre des stratégies de résolution du problème.	- Choisir une technique de résolution liée au modèle. - Identifier les étapes relatives à la technique choisie - Sélectionner les moyens appropriés. - Appliquer les moyens sélectionnés. - Persévérer dans la recherche de solutions - Confronter son travail à celui de ses pairs.	- Pertinence de la technique choisie. - Cohérence de la démarche utilisée. - Application judicieuse des moyens. - Engagement dans la recherche de solution. Consultation pertinente de ses pairs.
Valider sa solution	- Consulter des ressources dans la recherche de la solution (données des situations-problèmes). - Effectuer au besoin un retour sur les étapes franchies. - Rectifier au besoin sa solution. - Confirmer sa solution.	-Exploitation adéquate des ressources -Auto remédiation -Adéquation de la solution avec les donner du problème
Objectiver la démarche de résolution de problème	-faire le point sur le savoir construire -Identifier les facteurs et difficultés d'une démarche -Identifier les facteurs facilitateurs et d'une démarche -Communiquer adéquatement une démarche Proposer des moyens de remédiation	-Auto critique de son apprentissage au cours de la -résolution du problème -Formulation adéquate d'une synthèse de la démarche utilisée -Pertinence de moyens de remédiation proposés

Changer le rapport aux mathématiques
en intégrant l'activité de recherche dans les classes

Denise GRENIER,

Institut Fourier, équipe « maths à modeler »

et Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (I.R.E.M.)

Université Joseph Fourier, Grenoble (France)

Résumé

Nous proposons au débat la question suivante : quelle place pour une véritable activité scientifique dans les classes de mathématiques, fondée sur la capacité, devant un problème, à expérimenter, argumenter, conjecturer, modéliser, définir, prouver ? Et comment enseigner ces savoir-faire aux élèves ? Nous présenterons des « Situations de Recherche pour la Classe », dont certaines sont intégrées dans des cursus optionnels à différents niveaux et discuterons de leur nécessité et de leur viabilité à côté des activités classiques d'enseignement.

Introduction

La désaffection envers les mathématiques a probablement de nombreuses causes, dont la majorité d'entre elles (sociales, économiques, etc..) ne peut être prise en charge par les didacticiens. Mais nous avons des convictions, en tant que citoyens, en particulier celle que les mathématiques sont une composante nécessaire de la connaissance pour une humanité rationnelle et « raisonnable », et qu'il est possible d'intéresser les élèves actuels à cette discipline.

Mon travail s'appuie sur ces deux convictions, que nous avons réécrites en hypothèses de recherche. Depuis plus de dix ans maintenant, dans le cadre de l'équipe « maths-à-modeler », nous étudions, c'est-à-dire construisons, expérimentons et analysons, des « Situations de Recherche pour la Classe » (SiRC), à tous les niveaux, dans le cadre scolaire et celui de la vulgarisation des sciences (Grenier 2008). Les objectifs prioritaires de ces situations sont l'apprentissage de ce qui fonde l'activité mathématique (et plus généralement scientifique) et que nous appelons « savoirs et savoir faire transversaux[12] »: expérimenter, étudier des cas particuliers, argumenter, modéliser, conjecturer, chercher des exemples et contre-exemples, définir des objets, prouver. Beaucoup d'entre nous s'accorderont pour dire que ces savoir-faire sont malheureusement absents des compétences des élèves scientifiques, et même de celles de nos étudiants en mathématiques.

Notre cadre méthodologique général est celui de la didactique des mathématiques française, basée en particulier sur des allers-retours entre le théorique et l'expérimental. Nous sommes maintenant en mesure de proposer aux enseignants des SiRC fiables du point de vue des apprentissages « transversaux » cités, c'est-à-dire accompagnés d'analyses a priori solides. Des thèses ont été soutenues, étudiant de telles situations dans des cadres scolaires ou de formation (Rolland 1999, Ouvrier-Buffet 2003, Deloustal-Jorrand 2004, Godot 2005, Poisard 2005, Cartier 2008, Gandit 2008). Des SiRC fiables et accessibles à des niveaux très divers sont disponibles aussi dans Grenier (2006), Grenier et Payan (2007). Deloustal-Jorrand (2004) a étudié des SiRC mettant en jeu l'implication et la distinction « condition nécessaire - condition suffisante », tandis que Ouvrier-Buffet (2006 et 2007) a étudié plus particulièrement des situations mettant en jeu la construction de définitions, dans l'esprit de Lakatos (1984). Godot (2005) a étudié une SiRC à

12 Parce qu'ils sont transversaux à toutes les sciences.

l'école primaire et sa gestion dans des classes. Cartier (2008) propose une séquence d'enseignement pour la terminale ES où le graphe est un outil de modélisation et de preuve. Gandit (2008) propose une ingénierie de formation d'enseignants à la preuve et à l'enseignement de la démonstration, contenant des SiRC.

1. Qu'est-ce qu'une SiRC ?

Ce que nous désignons par « situations de recherche pour la classe » est précis, nous les distinguons des « situations-problèmes » et des « problèmes ouverts » qui sont décrits dans d'autres travaux de didactique des mathématiques. Il s'agit d'un modèle dont nous avons donné une caractérisation dans Grenier et Payan (2003), reprise dans Godot et Grenier (2004) et Grenier et Payan (2007). Une des questions actuelles qui se posent est celle de l'intégration de ces SiRC dans des « parcours d'étude et de recherche » (PER) (Matheron et Noirfalise, actes du colloque TAD, Usèz, 2007, à paraître).

Reprenons ici la caractérisation d'une SiRC développée dans Grenier et Payan (2003).

1. *Une « situation recherche » s'inscrit dans une problématique de recherche professionnelle.* Elle doit être proche de questions non résolues. Nous faisons l'hypothèse que cette proximité à des questions non résolues — non seulement pour les élèves, pour l'ensemble de la classe, mais aussi pour l'enseignant, les chercheurs — va être déterminante pour le rapport que vont avoir les élèves avec la situation.

2. *La question initiale est facile d'accès* : la question est « facile » à comprendre. Pour cela, le problème doit se situer hors des mathématiques formalisées et c'est la situation elle-même qui doit « amener » l'élève à l'intérieur des mathématiques.

3. *Des stratégies initiales* existent, sans que soient indispensables des prérequis spécifiques. De préférence, les connaissances scolaires nécessaires pour initier la résolution sont élémentaires.

4. *Plusieurs stratégies d'avancée* dans la recherche et plusieurs développements sont possibles, aussi bien du point de vue de l'activité (construction, preuve, calcul) que du point de vue des notions mathématiques en jeu.

5. *Une question résolue renvoie très souvent une nouvelle question.* La situation n'a pas de « fin ». Il n'y a que des critères de fin locaux.

L'objectif premier est donc la résolution (au moins partielle) d'une question dont on ne connaît pas la réponse, et non l'apprentissage ou le travail d'une notion mathématique désignée. Une “bonne” SiRC va conduire l'élève à pratiquer les savoir-faire transversaux décrits ci-dessus. Les pistes de résolution peuvent diverger et donc mettre en jeu des concepts mathématiques différents.

Trois aspects fondamentaux sont présents dans nos SiRC, qui sont peu présents, voire absents, dans la classe usuelle.

• *L' « enjeu de vérité »*. En classe, usuellement, ce qui est à prouver est la plupart du temps annoncé comme vrai (« démontrer que »), il n'y a pas d'enjeu de vérité. Ou bien, lorsque la question est ouverte, la réponse est évidente (« que constatez-vous ? », en regardant une figure, par exemple).

• *L'aspect « social » de l'activité.* Dans une SiRC, il peut y avoir un vrai enjeu social de production mathématique, même s'il est local (groupe + professeur et/ou chercheur).

• *L’aspect « recherche »*. Dans les manuels et les pratiques enseignantes, il est explicitement déclaré que, pour résoudre un problème et aussi pour prouver, « on ne doit utiliser que les propriétés du cours ou celles d'une liste donnée ». Cette consigne est contradictoire avec l’activité du chercheur et avec la démarche scientifique.

Les situations que nous avons étudiées ne vérifient forcément pas tous les éléments de caractérisation de notre modèle SiRC, mais celui-ci nous sert de référence épistémologique et didactique.

Les caractéristiques et contraintes d'une SiRC impliquent des organisations didactiques et mathématiques spécifiques. Notre équipe s'attache depuis des années à l'étude des conditions de transmission de ces situations. Nous disposons actuellement d' « analyses a priori » fiables pour quelques-unes d'entre elles, résultats de nombreuses expérimentations menées dans des institutions et à niveaux scolaires très différents.

Citons ici une des premières SiRC que nous avons étudiées, qui se décrit en un ensemble de plusieurs situations de *pavages de polyminos* par d'autres polyminos et que nous considérons comme fondamentale pour les objectifs que nous visons. Cet ensemble de situations de pavage a été expérimenté pendant des années avec des élèves de l’école primaire et du secondaire, des étudiants jusqu’en 5e année d’université et des enseignants-stagiaires dans les Instituts Universitaires de Formation des maîtres (IUFM). Ces situations sont maintenant devenues classiques dans certains de nos modules optionnels à l’université.

2. L'intégration des SiRC dans des cursus d'enseignements optionnels

Je m'appuierai ici, pour la réflexion, sur des exemples de SiRC intégrées dans des cursus :

- Un module « option sciences » en seconde (dans deux lycées de notre académie)
- Une unité d'enseignement optionnelle (UEO), intégrée dans les deux premiers niveaux de la licence scientifique et technique (LST de l'université Joseph Fourier)
- Une UE d'« introduction aux métiers de l'éducation (METEDUC) » en 3e année de Licence (L3) de mathématiques
- Et enfin, quelques séances en formation initiale ou continue des enseignants

Des évaluations ont pu être faites, certaines imposées par les institutions, soit du côté des apprentissages (« examen » et note finale pour les étudiants en LST), soit du côté des « formés » (enquête auprès des enseignants). La question de l'évaluation des apprentissages transversaux est bien sûr complexe.

Ces SiRC se situent pour nous en complément des enseignements traditionnels et ne les remplacent pas. En effet, leur spécificité même (décrite dans Grenier et Payan, 2002) crée une double « contrainte » :

- Les apprentissages visés sont avant tout « transversaux » au sens décrit ci-dessus, et non notionnels, même si, évidemment, des notions sont présentes et étudiées.
- L'organisation didactique de la classe pour une SiRC ne peut être généralisée à tout le cursus, à cause du temps qu'elle nécessite et de la « position » particulière de l'enseignant : de détendeur de savoir, il devient directeur d'étude.

Pour qu'un problème soit dévolu comme une situation de recherche, il ne faut pas que l'élève puisse l'associer, de manière évidente, à des théorèmes de cours, ou à une technique bien installée, ou encore à un modèle évident, ces éléments risquant de « tuer» la recherche au profit de l'application de connaissances toutes prêtes, relevant d'une « boîte à outils » mathématique. C'est une des raisons pour lesquelles nos SiRC se situent très souvent dans des contextes de mathématiques discrètes (mathématiques du dénombrable et des entiers, mais aussi de la géométrie combinatoire et des graphes), domaine non enseigné en France et permettant de poser des questions accessibles sans pré-requis élevés.

Cependant, nous montrerons en quoi ces SiRC sont utiles, voire nécessaires, dans l'enseignement à tous les niveaux, car elles peuvent pallier des manques évidents de nos curricula traditionnels (pour ceux francophones que je connais : France, Québec, Mali, Belgique). Nous affirmons même que certains de ces savoirs transversaux ne peuvent être acquis autrement que par des situations relevant (plus ou moins) du modèle SiRC. En effet, par exemple, l'apprentissage du processus de preuve (comprenant argumentations, conjectures, exemples, contre-exemples, preuve) n'est pas dans les meilleures conditions si les notions concernées par le problème à résoudre sont trop complexes. Il s'agit ici de ne pas confronter l'élève à un double apprentissage trop difficile, celui du raisonnement et de la preuve, et celui de la notion en jeu.

Autrement dit, pourrait-on construire une SiRC autour du concept de continuité ? Rien n'est moins sûr. Il convient donc de bien délimiter les notions mathématiques qui peuvent être en jeu dans les SiRC.

3. Exemple d'une SiRC en géométrie de l'espace

Dans l'objectif de faciliter leur intégration à grande échelle dans les cursus, il nous fallait étudier des SiRC autour de notions mathématiques curriculaires. Nous avons donc plus récemment expérimenté des Situations de Recherche un peu éloignées de notre modèle SiRC, parce que construites autour d'un concept mathématique désigné. Nous avons étudié en particulier, depuis trois ans, une SiRC autour des polyèdres de Platon, dont le double objectif est à la fois une mise en relation de trois savoir-faire constitutifs de l'activité scientifique : définir, construire et prouver, et des apprentissages liés à la conceptualisation de l'espace (souvent mal installée chez les étudiants).

La situation a été expérimentée par D. Tanguay à l'Université du Québec à Montréal (UQAM) avec des étudiants en troisième année d'un programme de quatre ans en formation des maîtres et par moi-même à l'Université Joseph Fourier de Grenoble (UJF), avec des étudiants de troisième année de Licence de mathématiques inscrits dans un module de préparation à l'enseignement.

La situation concerne l'étude des polyèdres réguliers de l'espace de dimension 3, la définition de polyèdre étant donnée.

Le problème se présente en trois questions.

Question 1. Caractériser et définir les polyèdres réguliers.

Question 2. Les réaliser matériellement.

Question 3. Prouver que la liste établie précédemment est valide et complète.

Pour un polyèdre convexe dont les faces sont congrues à un même polygone régulier, les quatre énoncés ci-dessous sont équivalents :

(a) Les sommets sont de même degré.

(b) Les angles dièdres sont tous congrus.

(c) Le polyèdre est inscriptible dans une sphère.

(d) Le groupe des symétries directes du polyèdre agit transitivement sur ses sommets.

Pour définir la *régularité* (question 1), il est nécessaire d'analyser les divers éléments qui composent un polyèdre : faces, arêtes, sommets, angles, et les relations entre ces éléments. Cette première phase doit se clore par l'acceptation d'une définition commune, que nous choisissons en accord avec celle qui est usuelle en mathématiques.

La *construction matérielle* (question 2) est proposée à partir des sommets et arêtes (et non à partir des faces déjà construites comme cela est usuel dans l'enseignement). Cette entrée nous semble plus à même de susciter la réflexion sur les relations entre degré des sommets, angles intérieurs des faces, angles dièdres et organisation générale des éléments constitutifs. Elle nécessite de décider des types de face qui vont constituer ces polyèdres, et du nombre de ces faces en chaque sommet. La définition qui permet de valider une construction avec ce matériel est celle reliée à la propriété (a) ci-dessus : les sommets de sont de même degré. Il reste à valider que les polyèdres construits sont conformes aux autres éléments de la définition : si la convexité se « vérifie » aisément, la régularité des faces et du polyèdre n'est pas certifiée (le cas des polyèdres réguliers non rigides permet de poser la question théorique pour tous). Il faut ensuite établir qu'il n'y en a pas d'autres, ce qui nécessite le passage à une preuve théorique.

L'analyse des productions des étudiants montre que la situation oblige effectivement à confronter des savoirs théoriques à des résultats expérimentaux, liés aux contraintes du matériel de construction[13]. Par exemple, beaucoup d'étudiants des deux populations (française et québécoise) , même s'ils « savent » qu'il n'y a que 5 polyèdres réguliers, ont donné la conjecture suivante « Pour chaque polygone régulier, il existe un polyèdre régulier ». De même, à peu près tous « savent » que le plan est pavable par trois hexagones placés en chacun de leurs sommets, ce qui n'a pas empêché plusieurs groupes d'essayer longuement de construire un polyèdre régulier avec des hexagones. Une conjecture sous-jacente (exprimée par certains) est que les faces qui « marchent » sont celles qui pavent le plan, sous-tendue par les deux exemples les plus connus : le tétraèdre et le cube. Cette conjecture a empêché certains groupes de chercher un polyèdre régulier avec des pentagones, puisque ceux-ci ne pavent pas le plan.

La nécessité de la preuve théorique est donc venue de la situation elle-même.

Bien que la situation porte sur des résultats mathématiques établis, notre analyse didactique nous amène à la considérer comme une SiRC parce qu'elle en satisfait en particulier les critères suivants : la manipulation est facile d'accès et permet d'expérimenter, d'énoncer des conjectures et de les étudier par des allers-retours avec les objets construits ; cette approche expérimentale ne suffit pas, une démarche théorique de preuve est nécessaire et, par ailleurs, relativement accessible.

Nous avons pu constater dans l'expérimentation que la phase de définition permet de faire émerger l'angle dièdre comme angle distinct de l'angle digone. La phase de construction permet de manipuler cet angle et de le mettre en relation avec la possibilité de « refermer » pour faire un solide. Il s'agit bien du nœud central dans la preuve géométrique qu'il n'existe pas plus de cinq polyèdres réguliers. L'équivalence théorique des énoncés (a), (b), (c) et (d) permet à la preuve graphique d'éluder l'angle dièdre. Mais quelle que soit la preuve adoptée, la question de la congruence des angles dièdres dans les polyèdres réguliers construits reste entière.

13 . Deux articles viennent d'être soumis sur ce sujet par Grenier et Tanguay, l'un à la revue FLM, l'autre pour l'étude ICMI 19, en mai, à Taïpé.

4. Questions pour un débat

L'intégration de nos SiRC, depuis plusieurs années, dans les modules optionnels du secondaire et de l'université, nous permet d'affirmer que celles-ci sont porteuses d'apprentissages fondamentaux, et que les contraintes qu'elles impliquent sont gérables, le plus difficile restant la formation des enseignants à leur gestion.

Il ne s'agit pourtant pas de remplacer l'enseignement en vigueur, mais de leur trouver une place dans les cursus actuels. Ce qui n'empêcherait pas de faire un ouvrage les rassemblant, avec des analyses a priori et des règles de gestion, pour une diffusion à grande échelle et une utilisation plus répandue en classe (avec tous les risques que cela comprend).

Dans notre groupe EMF, nous avons étudié brièvement, en s'appuyant sur un ou deux exemples de SiRC :

- Quels sont les savoirs et savoir-faire qui sont en jeu dans ces situations, et comment on les identifie
- En quoi ces savoirs sont fondamentaux dans l'enseignement des mathématiques, alors qu'ils sont absents dans les classes, à tous les niveaux.

Nous avons débattu des points plus généraux suivants :

- Comment et en quoi la mise en situation des élèves et étudiants dans ces SiRC modifient leur rapport aux mathématiques et leur intérêt pour cette discipline ;
- Des propositions et des pistes pour une formation des enseignants à la gestion des SiRC.

Bibliographie

Godot, K. & Grenier, D. (2004), Research Situations for teaching : a modelization proposal and examples, *Proceedings of the 10th International Congress for Mathematics Education*, ICME 10, Copenhague.

Grenier, D. (2001), Learning proof and modeling. Inventory of fixtures and new problems. Proceedings of the 9th *International Congress for Mathematics Education*, ICME 9, Tokyo.

Grenier, D. (2006), Des problèmes de recherche pour l'apprentissage de la modélisation et de la preuve en mathématique. *Actes du colloque de l'Association Mathématique du Québec* (AMQ), Sherbrooke, june 2006.

Grenier, D. (2008), Expérimentation et preuves en mathématiques, in Didactique, épistémologie et histoire des Sciences, PUF, collection « Sciences, homme et société » (L. Viennot ed).

Grenier, D. & Payan, Ch. (1998), Spécificités de la preuve et de la modélisation en mathématiques discrètes. *Recherches en didactiques des mathématiques*, Vol. 18, n°1, pp. 59-99.

Grenier, D. et Payan, Ch. (2003), Situation de recherche en classe : essai de caractérisation et proposition de modélisation, *cahiers du séminaire national de recherche en didactique des mathématiques,* Paris, 19 Octobre 2002.

Grenier, D., Payan, Ch. (2007), Des « situations recherche » pour l'apprentissage des savoirs transversaux, *actes du congrès international EMF enseignement des mathématiques francophone*, Sherbrooke, mai 2006.

Lakatos, I. (1984), *Preuves et réfutations.* Trad. de N. Balacheff et J.-M. Laborde. Paris : Éditions Hermann, coll. Actualités scientifiques et industrielles.

Matheron, Y., Noirfalise, R. (à paraître), dynamiser l'étude des mathématiques dans l'enseignement secondaire (collège et lycée) par la mise en place d'AER et de PER, commission inter-IREm didactique. Actes du colloque TAD, Usèz, octobre 2007.

Tanguay, D. (2007), Learning Proof: from Truth towards Validity. Proceedings of the Xth *Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education* (RUME), San Diego State University, San Diego, Californie. On the Web, 15 pages.

Ouvrier-Buffet, C. (2006), Exploring Mathematical Definition Construction Processes. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 63, n°3, pp. 259-282.

Ouvrier-Buffet, C. (2007), *Des définitions pour quoi faire ? Analyse épistémologique et utilisation didactique*, Education et sciences, ed Fabert.

Thèses de « maths-à-modeler » intégrant l'étude de SiRC (ordre chronologique)

Julien Rolland (1999), *Pertinence des mathématiques discrètes pour l'apprentissage de la modélisation et de l'implication,* Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.

Cécile Ouvrier-Buffet (2003), *Construction de définitions / construction de concepts : vers une situation fondamentale pour la construction de définitions en mathématiques. Étude épistémologique et didactique de la définition. Etude théorique et expérimentale auprès d'étudiants de première année d'université.* Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.

Virginie Deloustal-Jorrand (2004), *Etude épistémologique et didactique de l'implication en mathématique*. Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.

Karine Godot (2005), *Situations de recherche et jeux mathématiques pour la formation et la vulgarisation.* Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.

Caroline Poisard (2005), *Ateliers de fabrication et détude d'objets mathématiques, le cas des instruments à calculer,* Thèse de l'université d'Aix-Marseille 1.

Léa Cartier (2008), *Le graphe comme outil de preuve et de modélisation. Étude de l'introduction de la théorie des graphes dans l'enseignement de spécialité de Terminale ES (programmes 2003)*. Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.

Michèle Gandit (2008), Étude épistémologique et didactique des relations entre argumentation et preuve en mathématiques. Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.

Nicolas Giroud (en cours), La démarche expérimentale en mathématique, l'apport des SiRC. Thèse en cours de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.

Avertissement :

La contribution que l'on trouvera ci-dessous n'a pu être présentée durant le congrès EMF de Dakar, son auteur ayant eu un empêchement et n'ayant pu s'y rendre. Nous publions néanmoins le texte de cette proposition qui n'a pu être débattue au sein du groupe ayant participé au travail sur ce projet spécial à Dakar.

Confrontation d'élèves-professeurs à une ingénierie sur les dérivées : ce qui ne (se) passe pas.

Emmanuelle Rouy

Université de Liège

Centre Interfacultaire de Formation des Enseignants, Département de Mathématiques

B37 Grande Traverse, 12 ; Sart Tilman, 4000 Liège ; Belgique

erouy@ulg.ac.be

Résumé

Si l'intitulé de ce projet spécial mentionne une désaffection pour l'étude des mathématiques, nous choisirons ici d'aborder cette question en revenant d'abord sur la nature des mathématiques effectivement proposées à l'étude au niveau du secondaire supérieur[14], avant de proposer d'identifier des obstacles au partage de projets d'enseignement « alternatifs ». En particulier, nous montrerons que ces obstacles sont déjà présents dans le discours d'élèves-professeurs en formation initiale, essentiellement par la difficulté à discriminer différents niveaux de rationalité mathématique.

1. Introduction

Si l'intitulé de ce projet spécial mentionne une désaffection pour l'étude des mathématiques, nous choisirons ici d'aborder cette question en revenant d'abord sur la nature des mathématiques effectivement proposées à l'étude au niveau du secondaire supérieur. Cela nous amènera à identifier des obstacles à l'exercice d'une activité mathématique qui relèverait d'une forme de rationalité spécifique consistant à élaborer le modèle mathématique et à en valider l'adéquation aux tâches proposées, cette validation se faisant encore de manière pragmatique (Schneider, 2007 ; Rouy, 2007) *via* la mise en place du discours technologique. Ce type de travail n'a que peu de place dans les manuels et est de plus actuellement non reconnu au sens où la naturalisation d'autres transpositions (semblant plus proches de la théorie achevée) génère des obstacles à une mise en oeuvre et même à son identification comme une activité mathématique. En particulier, nous montrerons que ces obstacles sont déjà présents dans le discours d'élèves-professeurs en formation initiale ce qui pourrait expliquer la difficulté à partager des projets d'enseignement alternatifs, faute d'une préparation à leur maîtrise.

La première partie de cette contribution visera à questionner la manière dont le thème des dérivées (plus spécifiquement l'introduction de la notion et la présentation du critère de croissance) est abordé dans la majorité des manuels et donc comment cela se traduit dans les pratiques observables. La deuxième partie proposera alors de se donner des outils d'analyse pour

[14] Les manuels et pratiques décrits dans cette contribution concernent en majorité la Belgique francophone. Le secondaire supérieur correspond aux 3 dernières années de la scolarité obligatoire (le lycée en France).

appréhender le phénomène étudié. Cette transposition largement naturalisée pourra alors être considérée comme étant un discours « intermédiaire » entre deux formes de rationalité complémentaires qui peuvent être associées à des praxéologies de type I (travail d'élaboration d'un modèle) et de type II (travail dans et sur le modèle) telles que définies par Schneider (2007). Ne relevant d'aucune de ces deux rationalités et cherchant le compromis sans parvenir non plus à mettre en place un discours réellement médiateur, l'activité mathématique proposée ne peut alors être que de type procédural. De plus, le modèle de « milieu du professeur » sera présenté comme un moyen d'analyser les discours et les interférences entre plusieurs « facettes » de ce milieu. La troisième partie décrira un projet d'enseignement des dérivées conçu pour exercer une activité mathématique relevant du premier niveau de rationalité et consistant à construire la dérivée comme un modèle mathématique de la notion intuitive de vitesse instantanée, à valider la pertinence de ce modèle et à poser les fondements d'une théorisation. La quatrième partie mettra alors en évidence comment les élèves-professeurs exploitent spontanément ce type de projet. On verra en particulier que, souhaitant l'utiliser mais ne parvenant pas à rentrer dans le jeu du premier niveau de rationalité, ils sont conduits à développer des pratiques d'ostension déguisée, telle que décrite par Salin (1999), pouvant être associées à une rationalité mathématique de niveau 0. En conclusion, nous identifierons comme un enjeu majeur de la formation (initiale et continuée) le développement d'une « habituation » à d'autres transpositions de thèmes mathématiques possédant encore des mystères.

2. Les dérivées

2.1 Transposition et pratiques actuellement naturalisées

Nous nous intéressons aux pratiques relatives à l'introduction de la notion de dérivée et à la présentation du critère de croissance établissant que le signe de la dérivée première détermine la croissance ou décroissance de la fonction. Concernant l'introduction de la dérivée, la pratique actuellement la plus répandue dans les manuels comme dans les préparations de leçons analysées consiste à 1) proposer une courbe ; 2) tracer sans motivation précise des droites passant par un point fixé sur la courbe ; 3) en rapprochant un autre point d'intersection, mettre en évidence « une certaine droite » ; 4) proposer de l'appeler « tangente » de par sa caractérisation « visuelle » ; 5) énoncer alors que cette tangente étant la « limite des sécantes », son coefficient directeur est donc la limite des coefficients directeurs des sécantes.

Pour le critère de croissance, il est courant de montrer une courbe sur laquelle on trace des tangentes (parfois encore définies visuellement) de manière à suggérer le lien entre la pente de la tangente et la croissance de la fonction plus ou moins clairement associée à la courbe. Ce lien est alors légitimé par l'énoncé du théorème des accroissements finis, lui-même appuyé par une figure montrant qu'en un point d'un intervalle, il est possible de tracer une tangente parallèle à la sécante déterminée par les extrémités de l'intervalle. Soulignons déjà que cette technique travaille plutôt la condition nécessaire (« sur une courbe croissante, je ne peux tracer que des tangentes à pente positive ») alors que l'utilisation essentielle de ce résultat (les études systématiques de fonctions) nécessitera sa mise en oeuvre sous une forme de condition suffisante : il suffit que la dérivée soit positive[15] sur l'intervalle pour que la fonction y soit croissante. Et pour montrer cela avec la technique choisie, il faudrait tracer les tangentes en chaque point de l'intervalle…..

Ces pratiques sont donc susceptibles de nous interpeller sur le plan des mathématiques qui peuvent en être apprises. La notion de dérivée s'appuie ici sur celle de tangente qui n'a souvent pas encore de statut mathématique et le seul énoncé « le nombre dérivé est le coefficient directeur

[15] Sans en négliger l'intérêt, nous n'avons pas mis l'accent ici sur la question des points isolés.

de la tangente » devient souvent une définition circulaire entre les deux objets. De plus, cette même tangente est utilisée sous sa forme « dessin » et sa caractérisation géométrique pour valider un théorème appartenant au domaine numérique. Outre la question de la condition suffisante déjà mentionnée, il existe aussi un risque d'éluder la nature des nombres en jeu et de réduire le théorème des accroissements finis à une « caution externe ». On peut aussi se demander si une telle introduction se voulant géométrique favorise la compréhension de l'efficacité de la dérivée à modéliser la notion de vitesse instantanée et donc sa mobilisation dans les problèmes d'application. Cette mobilisation reste effectivement difficile y compris en première année d'université (Gantois, 2007).

Sur le plan didactique, l'utilisation de la tangente masque finalement les obstacles épistémologiques spécifiques à la notion de dérivée : par exemple, quelle est la nécessité de la limite et de quelle définition de la limite a-t-on réellement besoin ? De plus, cela rajoute des difficultés propres à l'apprentissage de la notion de tangente, notamment mises en évidence par M. Schneider (1991) et C. Castela (1995). Ces difficultés sont en effet liées à l'ambiguïté propre à la notion de tangente qui est à la fois 1) un objet mental (Freudenthal, 1973) que tout le monde (re)connaît sans toujours pouvoir le définir ; 2) un objet géométrique répondant à des problématiques de position relative et d'intersection et 3) un objet analytique défini par son coefficient directeur ou comme la représentation graphique d'une fonction du premier degré particulière. De plus, le point de vue géométrique et le point de vue numérique ne sont pas aussi faciles à articuler. Tout en reconnaissant l'atout incontestable de la tangente, par exemple comme support visuel de mémorisation, les pratiques ainsi décrites ont donc pour effet de mêler sans les clarifier les difficultés de la dérivée et de la tangente et de « bloquer » toute tentative d'activité mathématique proprement dite : une fois éludées ces difficultés, que reste-t-il à faire comme mathématiques ?

2.2 Les dérivées : analyse *a priori* du thème et de ses transpositions

Il apparaît donc porteur de rechercher dans le développement historique de la dérivée (et de la tangente) quels obstacles ont été surmontés et de quelle manière. Le thème des dérivées s'avère en effet caractéristique de ce que Chevallard (1999) appelle un phénomène de « déconnexion » lorsque « *de génétiquement nécessaires, les tâches deviennent institutionnellement contingentes* » et que « *le rapport entre question et réponse tend à s'inverser* », ce qui se traduira par l'identification d'organisations mathématiques caractérisées par des dynamiques opposées. Une lecture de textes sélectionnés dans l'histoire de l'analyse (Saelens, 1995 ; Tannery, 1912) nous amène à distinguer en résumé les étapes suivantes :

1) La tangente est d'abord un objet géométrique en tant que tangente au cercle telle que définie par Euclide. C'est alors une tâche dans la mesure où un objectif est de construire la tangente. Appolonius en étend la définition et propose une caractérisation de la tangente en un point d'une parabole (propriété de la sous-tangente).

2) Cherchant un procédé de construction de la tangente, Fermat puis Barrow proposent des procédures de type infinitésimal faisant intervenir des « nombres » au statut ambigu puisqu'on peut les simplifier dans les calculs et les considérer ensuite comme nuls. La dérivée est alors un outil implicite numérique.

3) Barrow fait le rapport de ces « infinitésimaux », préfigurant la notion de dérivée. Une médiation par la cinématique, en considérant d'abord la courbe comme une trajectoire puis comme la représentation d'une loi de position, permettra ensuite à Newton de faire accepter ce

rapport par analogie avec la notion de vitesse instantanée (*ultima ratio*). La dérivée devient un outil explicite numérique.

4) Leibniz reste dans le cadre géométrique lorsqu'il utilise la similitude de triangles dont l'un est « porté » par la tangente et va alors se heurter à une double utilisation de la tangente, à la fois objet à construire et fondement du discours[16].

5) Un basculement s'opère avec un texte de d'Alembert présentant la tangente comme « limite de sécantes ». La tangente devient alors une technique didactique, mais au prix d'une perte de définition.

6) Les développements de l'analyse (Lagrange, Euler, Cauchy) fournissent une définition de la dérivée à partir des concepts de fonction et limite. La dérivée devient un objet numérique.

7) Même si la propriété de « droite donnant une bonne approximation » apparaissait dans certains textes de Barrow, la tangente reçoit ensuite une autre définition après précision de la notion de « bonne approximation [17]». La tangente devient aussi un objet numérique.

Le développement historique de la dérivée montre donc que l'association entre dérivée et tangente est effectivement toujours importante, mais que la tangente n'y a pas toujours le même statut. Elle passe d'objet mathématique à technique didactique au risque de faire intervenir alors l'objet mental plutôt que le concept mathématique. Cet objet mental possède en effet l'avantage d'avoir déjà un statut mathématique en géométrie et d'offrir des propriétés particulièrement visibles (le schéma parle souvent tout seul). Au contraire, la notion de vitesse instantanée, qui aurait pu jouer le même rôle, appartient au domaine des grandeurs (en étant de plus un rapport) et ne bénéficie pas d'une légitimité mathématique antérieure.

Une praxéologie globale de la dérivée peut être proposée comme suit :

- Type de tâches : construction de tangentes, problèmes de vitesse variable, d'optimisation et d'approximation ;
- Technique : calcul de dérivées ;
- Discours technologique : argumentations locales et souvent hybrides (cinématique, géométrique) ;
- Théorie : analyse réelle avec ses axiomes, la manipulation d'inégalités et de quantificateurs.

Toutefois la transposition de cette organisation dans des manuels va nous amener à distinguer trois approches contrastées[18]. La première procède à une définition de la dérivée dans un cadre numérique en recherchant un développement d'ordre un, puis vérifie que la tangente définie par son coefficient directeur possède la propriété de n'avoir « localement » qu'un point d'intersection avec la courbe. On observe cependant quelques difficultés lorsqu'il s'agit de réintroduire la tangente dans le cadre géométrique. La deuxième est volontairement heuristique (le manuel A.H.A.[19]) et définit séparément la tangente comme un outil d'approximation, puis la dérivée comme un « bon » modèle de la vitesse instantanée. Enfin, l'approche généralisée dans les manuels belges mêle les cadres théoriques et propose des pseudo-raisonnements à partir de la

[16] Remarquons que Leibniz avait par contre l'intuition selon laquelle la courbe obéissait en quelque sorte à une « loi des pentes ».

[17] Précision devant dépasser le constat visuel habituel (Perrin, 1999)

[18] Analyse plus détaillée dans Rouy (2007)

[19] Approche Heuristique de l'Analyse (De Boek,)

limite géométrique. Les problèmes de vitesse deviennent des illustrations de la théorie et l’approximation devient une conséquence de l’observation de la figure.

En ce qui concerne le critère de croissance, apparaissent aussi trois catégories. La première contient des manuels qui se contentent d’énoncer le critère et de proposer des activités préparatoires qui pourraient permettre le développement d’un discours spécifique. La deuxième est celle de l’ouvrage A.H.A qui va poser une question cinématique (suffit-il que la vitesse soit positive?) et proposer une démonstration numérique utilisant explicitement l’axiome des intervalles emboîtés. La troisième propose ce que nous avons appelé une « praxéologie à trous » dans laquelle le critère est « démontré » au moyen de l’énoncé des théorèmes de Rolle et Lagrange, ces derniers étant illustrés par une figure et même parfois directement exprimés sous forme géométrique.

L’appellation « praxéologie à trous » souhaite refléter le fait que l’organisation proposée dans ces manuels contient seulement des tâches et des techniques accompagnées d’un semblant de discours. Celui-ci est en fait constitué du discours théorique proprement dit[20] dans lequel on aurait « fait des trous » pouvant être comblés par le recours aux propriétés visuelles de la tangente. Quelques références épisodiques et sélectionnées à la théorie de l’analyse réelle vont apporter en quelque sorte une légitimité « externe » à la technique en jeu. Dans cette organisation, les tâches liées à la vitesse instantanée ou à l’approximation deviennent des illustrations d’une théorie, au prix de l’absence du travail mathématique correspondant. Malgré leur intérêt, les exercices et problèmes proposés ensuite par les professeurs vont alors demander la mobilisation de la dérivée pour résoudre des problèmes de vitesse et d’approximation alors que rien n’a permis d’admettre la dérivée comme un bon modèle de la vitesse ou la tangente comme une bonne approximation affine, l’expression « meilleure approximation » étant aussi utilisée sans plus de précaution.

En résumant ces observations, on peut alors comparer comme suit les deux institutions sur le plan du rapport à la dérivée :

A l’université	**Dans le secondaire**
« Oubli » des types de tâche. C’est légitime car on est en fait dans un autre type de travail visant à mettre en place une organisation déductive ; Théorie : analyse réelle avec axiomes, définition des objets limite, fonction, etc. ; La dérivée est un objet dans un modèle.	Les tâches ont un statut inégal avec prédominance de la tangente ; Accent mis sur la technique (étude systématique de fonctions); Ersatz de théorie ; La dérivée est un outil pour appliquer le modèle au système

Les transpositions disponibles proposent donc soit un travail dans le modèle (université), soit un travail dans un système comme illustration du modèle (secondaire). Il n’y a pratiquement pas de travail du système au modèle, excepté A.H.A et quelques activités peu développées dans certains manuels. La mise en œuvre effective dépendra alors du rapport au savoir des professeurs.

[20] Tel que nous l’analysons dans un cours d’analyse de niveau universitaire

3. Des outils d'analyse pour comprendre

C'est pour mieux cerner ce rapport au savoir, ses manifestations et les obstacles qu'il peut induire que nous allons proposer d'utiliser des outils d'analyse spécifiques.

3.1 Rapport au savoir : cadres de rationalité et niveaux de discours

La notion de cadre de rationalité, empruntée à Lerouge (2000) d'après l'épistémologie de Bunge (1983), va nous permettre de distinguer deux formes de rapport au savoir. Une première forme relève plutôt d'une « rationalité personnelle » et met en jeu des objets mentaux, des conceptions et des processus (de calcul, de raisonnement et de validation) qui restent en partie implicites et ne sont en tout cas pas formalisés. Une deuxième forme peut être associée à une « rationalité culturelle » et va impliquer des objets « définis » ou concepts et des procédures (de calcul et de démonstration) ayant un statut dans le cadre d'une théorie. On pourrait très schématiquement associer la première forme à la pensée de l'élève et la deuxième à la pensée du professeur. Mais l'articulation entre ces cadres lors du travail en classe peut aussi être plus complexe, par exemple en distinguant la culture géométrique de la culture numérique et la culture universitaire de la culture de l'enseignement secondaire.

Une deuxième source de complexité vient du fait que le professeur fait aussi appel à « sa » rationalité de premier niveau, par exemple en évoquant la vitesse instantanée ou d'autres objets « premiers », sans forcément pouvoir expliciter que le discours est en train de changer de cadre. Pour dépasser la dimension strictement personnelle, nous pourrions aussi parler plutôt d'un « mathématicien novice » et d'un « mathématicien expert ». En y ajoutant la composante liée au savoir en jeu, il devient alors intéressant de caractériser l'activité mathématique plutôt que les individus, utilisant ainsi une finalité de la notion de praxéologie comme le fait M. Schneider (2007) en distinguant deux types de praxéologies. Dans le type 1, l'activité mathématique consiste à construire le modèle d'un système composé par exemple d'objets mentaux ou de grandeurs (aire, volume, vitesse, points et droites …). Dans le type 2, l'activité mathématique consistera en quelque sorte à structurer le modèle dans une organisation déductive. On peut en conséquence distinguer aussi deux types de discours, le premier (discours de niveau 1) étant celui qui « va » du système au modèle et qui utilise donc des arguments pouvant rester liés à la nature du système, par exemple le temps et la vitesse instantanée dans notre étude, et le deuxième (discours de niveau 2) étant celui qui correspond au travail dans le modèle et qui s'appuiera sur les objets mathématiques définis. Le premier niveau de discours remplit la fonction du discours technologique associé à la praxéologie de type 1, sa fonction étant effectivement de valider la pertinence de la technique en cours de construction (ici, la dérivée, même sous une forme embryonnaire) par rapport aux tâches à résoudre (des questions portant sur la vitesse).

Si nous savons maintenant discriminer deux niveaux de discours[21], la manière dont les connaissances associées cohabitent d'une part entre elles et, d'autre part, avec d'autres connaissances ou valeurs sur l'enseignement pourra être analysée au moyen de la notion de « milieu du professeur ».

3.2 Le milieu du professeur

C. Margolinas (2005a, 2005b) propose en effet à la fois un modèle de la situation du professeur et l'utilisation de ce modèle pour expliquer des phénomènes observés chez des professeurs

[21] Si les niveaux de discours 1 et 2 se rapportent effectivement à l'un des deux cadres de rationalité (ou types de praxéologie), nous serons ensuite amenée à évoquer un niveau « 0 » qui consiste à faire reposer la rationalité sur un constat visuel par exemple dans les tableaux de valeurs ou les analogies d'écriture auxquels on prête un pouvoir explicatif.

débutants ou en formation. Souhaitant rendre compte du fait que le professeur « a » une situation dont les caractéristiques sont co-déterminées par le sujet et le contexte, elle propose de structurer cette situation en plusieurs « niveaux » selon le schéma suivant :

S_3	**Valeurs et conceptions sur l'enseignement/apprentissage** Projet éducatif, valeurs éducatives, conceptions sur l'apprentissage et l'enseignement
S_2	**Construction du thème** Construction didactique globale du thème dans lequel s'inscrit la séance : notions à étudier et apprentissages à réaliser
S_1	**Projet de séance** Projet didactique spécifique pour la séance observée : objectifs, planification du travail
S_0	**Situation didactique** Réalisation de la séance, interactions avec les élèves, prise de décision dans l'action
S_{-1}	**Observation de l'activité des élèves** Perception de l'activité des élèves, régulation du travail délégué aux élèves

La situation du professeur, d'après Margolinas, 2005a et 2005b

Dans cette structuration de la situation, chaque niveau constitue le milieu du niveau immédiatement supérieur de la situation. Par abus de langage, mais aussi pour préciser que nous nous intéresserons à la manière dont le milieu proposé à l'élève est effectivement compris[22] par l'élève-professeur, nous utiliserons aussi l'expression « milieu du professeur » pour désigner l'ensemble dans sa complexité. Ces niveaux sont idéalement en interaction mais Margolinas montre sur des cas d'études l'existence de faiblesses liées en particulier à 1) une influence prédominante du niveau S_{+3} (sur-légitimité des manuels et confiance dans leur efficacité ; discours noosphérien), 2) une réflexion insuffisante au niveau S_{+2} du thème mathématique et 3) une insuffisance dans la capacité à effectivement prendre en compte lors de la préparation de leçon(s) le niveau S_{-1} (questions et stratégies inattendues des élèves). Elle propose alors des exemples d'actions de formation visant d'une part à approfondir la réflexion sur le thème et, d'autre part, à « créer » l'interaction entre les niveaux S_0 et S_{-1} en cherchant en quelque sorte à placer le professeur dans le milieu effectif de l'élève.

Un premier objectif est de le « contraindre » à adopter une posture de modélisation différente de celle du mathématicien, car c'est alors que « la complexité des maths va lui apparaître » et qu'il pourrait « mieux comprendre les raisons de certaines réactions des élèves ». Un deuxième objectif est de « ramener » dans la situation de préparation (S_0) les facteurs liés au savoir alors que cette situation est souvent caractérisée par un grand nombre d'autres paramètres, en particulier des « contraintes » issues d'interactions « descendantes » avec le niveau S_{+3}. Rapprochant cette proposition de celle de G. Cirade (2006) parlant « d'élaboration transpositive intermédiaire », nous allons donc étudier le(s) discours développé(s) par les élèves-professeurs lorsqu'ils sont confrontés à de telles situations demandant un travail de modélisation. Pour cela, nous proposerons aux élèves-professeurs un projet d'enseignement des dérivées relevant du premier niveau de rationalité et étudierons la manière dont ils s'approprient un tel projet.

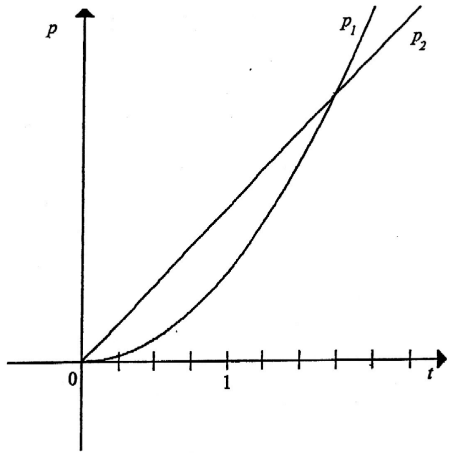
4. Un projet alternatif : deux particules en mouvement

4 .1 Pourquoi utiliser le mouvement ?

Dans la lignée des travaux de M. Schneider (1988, 2001), le projet est basé sur la « simple » représentation graphique du mouvement rectiligne de deux particules, en particulier avec la figure ci-dessous dans laquelle « t » représente la variable indépendante « temps » et « p » représente la variable dépendante « position » ou distance à l'origine. Cette apparente simplicité va d'ailleurs

[22] Dans un sens plus proche de l'étymologie, c'est-à-dire « pris avec ».

induire en erreur les élèves-professeurs tentés d'y reconnaître un mouvement uniforme et un mouvement uniformément accéléré. Nous verrons plus loin en quoi cette tentation n'est pas seulement une manifestation de connaissances insuffisantes



Ce choix du mouvement n'est pas anodin et va au-delà de « l'introduction intuitive » observée dans les manuels étudiés. Les travaux précédemment cités montrent en effet la persistance d'une difficulté à associer dérivée et vitesse (ou débit) instantanée, même sans aller jusqu'à des cas complexes (vitesse de variation d'une aire, par exemple). Or, nous avons vu que le détour par la cinématique avait permis à Newton de « faire passer » cette limite de deux quantités tendant vers 0 en même temps, précisément en la rapprochant de la vitesse instantanée, grandeur dont l'existence est admise, du moins par l'expérience personnelle puisque sa mesure pose problème. Selon Arsac (1996), la notion de mouvement est en effet susceptible de provoquer des références à la fois à l'expérience effective et à l'expérience de pensée. L'utilisation du temps comme variable permettant de disposer d'une continuité « naturelle », le travail sur la vitesse instantanée, c'est-à-dire sur l'existence d'une vitesse associée à chaque instant, donnera de plus un accès direct à la fonction dérivée qui serait plus difficile avec un travail de nature géométrique ou une problématique d'optimisation qui resterait locale. Remarquons pourtant que le choix du mouvement comporte encore vraisemblablement un obstacle majeur dans la transition entre le mouvement (trajectoire) et sa représentation graphique (loi de position).

4.2 Analyse du projet

La figure précédente va servir de support à trois tâches successives basées sur la question « à quel moment les particules ont-elles même vitesse ? » Si la question est la même, les moyens proposés pour y répondre seront différents.

Dans la première tâche, seuls les graphiques sont disponibles. Il est alors nécessaire de procéder à « une lecture raisonnée » des courbes, la recherche d'informations sur le graphique étant accompagnée d'une argumentation de nature cinématique impliquant la notion de vitesse instantanée sous sa forme « première ». D'ailleurs la question est intentionnellement posée en termes de « moment » et non en termes de « vitesse ». En effet, la plupart des manuels utilisant une introduction cinématique posent une question demandant de calculer la vitesse à un moment donné, ce qui contraint à rapidement chercher une définition « mathématique » de cette vitesse et donc à passer d'emblée dans le deuxième niveau de rationalité ou dans un niveau intermédiaire (niveau de discours intermédiaire mêlant des éléments de théorie et des constats visuels, appelé 2bis dans Rouy 2007). Cette argumentation relevant du premier niveau de rationalité permet de valider des stratégies comme la recherche d'un instant où la courbe a même pente que la droite, la recherche de l'écart maximal ou des stratégies plus infinitésimales avec des triangles ou des marches/contremarches.

Dans un deuxième temps, les graphiques sont associés à des expressions ($\sqrt{3}\,t$ et t^2) permettant les calculs associés aux stratégies précédemment acceptées et donc la détermination de l'instant cherché. Parmi ces calculs, se trouve la stratégie de « calcul de dérivée » consistant en fait à annuler le terme Δt après l'avoir simplifié dans les calculs liés aux triangles ou aux marches/contremarches. Enfin, les graphiques sont associés aux expressions ($\sqrt{3}\,t$ et t^3) pour lesquelles seule la dernière stratégie s'avérera efficiente. L'ensemble constitue donc un milieu[23] dans lequel les stratégies « bizarres » sont validées par les stratégies connues (maximum), et pour lequel il est possible de travailler en restant au premier niveau de rationalité. Une fois acquise la technique de calcul donnant la vitesse, ou la pente de la courbe en un point, les tâches suivantes permettront de construire l'association entre « le signe de la vitesse [24]» et le sens de déplacement d'un autre mobile, puis le transfert de ce résultat à un problème d'optimisation en considérant que la fonction impliquée pourrait être une loi de position. La dernière étape concerne la tâche d'approximation, mais nous n'en parlerons pas plus ici.

C'est en particulier la première tâche qui est propice soit à la confrontation avec des questions présentant un intérêt mathématique, soit à leur « occultation ». En posant la question sans autre information que l'allure du graphique, il est en effet nécessaire de travailler au premier niveau de rationalité, du moins dans le déroulement attendu par les auteurs du projet. La forme de la question ainsi que les stratégies d'élèves qui peuvent être proposées sont susceptibles de favoriser l'élaboration d'une argumentation de nature cinématique mettant œuvre des théorèmes en acte (Vergnaud, 1985), comme celui des valeurs intermédiaires ou celui des accroissements finis. De plus, l'analyse complète du projet (Rouy, 2007) montre la possibilité de rendre explicites et compatibles plusieurs conceptions de la vitesse instantanée : la vitesse entre t et Δt quand Δt est aussi petit qu'on veut, ou bien une « copie » de la vitesse entre t-Δt et t+Δt .

Enfin, le projet vise aussi à un début de construction d'une théorie mathématique dépassant la seule capacité à modéliser la physique. De même qu'il apparaîtra avantageux de considérer l'accélération comme une « vitesse de vitesse », les concepts de vitesse négative, puis d'accélération négative seront introduits de manière à renforcer à la fois la cohérence et l'efficacité des énoncés.

Par rapport à ces deux enjeux majeurs, nous allons donc voir comment les élèves-professeurs s'emparent d'un tel projet.

5. Pratiques et discours observés

À quelques exceptions près, les élèves-professeurs ne parviennent pas à rentrer dans le jeu prévu. De plus, leur volonté d'exploiter le projet (soit pour des arguments relevant d'idéologies, soit parce que c'était notre consigne…) va les amener à développer des pratiques caractéristiques de l'ostension déguisée en essayant d'associer directement les éléments de théorie souhaités à des constats ne pouvant rester que visuels. Plusieurs phénomènes vont alors devenir visibles :

- L'impossibilité de comprendre le milieu effectivement proposé à l'élève ;

[23] Terme utilisé dans l'acception décrite par Schneider et Krysinska (2002).

[24] C'est d'abord la positivité de la vitesse qui est associée à un accroissement (ou variation positive) de position. Accepter de parler d'une vitesse négative lorsque la variation de position est négative fait partie de la construction théorique.

- La dénaturation des stratégies d'élèves, de manière à les incorporer dans l'organisation souhaitée ;
- Une épistémologie spontanée apparemment empiriste, le discours technologique demandé étant constitué de constatations d'analogies entre les écritures de formules ou entre les colonnes de tableaux ;
- Une articulation contradictoire entre mathématiques et physique ;

Difficultés à appréhender le milieu

Questionnés sur la nature du milieu proposé aux élèves, les élèves-professeurs vont insister sur les facettes sociales avec des arguments de nature pédagogique (on les fait chercher, on les fait parler….), ou vont parler d'un « milieu physique » ce qui n'est pas vraiment le cas, et donc sur les avantages liés au caractère concret ou interdisciplinaire de l'activité proposée. C'est également en évoquant cette interdisciplinarité supposée qu'ils vont utiliser les formules vues en physique pour répondre aux questions…

Même en demandant plus précisément : « pourquoi utiliser le temps comme variable ? »; « pourquoi poser la question ainsi ? » ; « pourquoi prendre successivement les fonctions t^2 puis t^3 ? »; il faudra attendre la dernière expérimentation, lors de laquelle ils ont la connaissance préalable d'une brochure précisant les enjeux du projet, pour avoir une proportion raisonnable d'étudiants comprenant le milieu effectif proposé à l'élève.

Dénaturation des stratégies

Relevant également de l'incapacité à identifier le premier niveau de rationalité, les élèves-professeurs vont majoritairement interpréter en termes théoriques les stratégies de modélisation proposées par les élèves. Les références à « une droite ayant même pente que la courbe » qui pourraient être accompagnées d'un discours cinématique (Rouy, 2007) vont au contraire provoquer l'utilisation habituelle de la tangente comme « limite de sécantes » dans un cadre pseudo-géométrique. La stratégie de l'écart maximal, dont la pertinence peut être validée ici aussi par une argumentation cinématique, et qui est de plus algébriquement calculable, va être refusée « puisque ils n'ont pas encore vu l'optimisation ». Enfin, les stratégies liées aux triangles et aux marches/contremarches qui s'expliquent sur le plan cinématique et qui amènent aux calculs visés vont en fait être « expédiées » par une petite phrase comme « on fait la limite quand Δt tend vers 0 ».

Nature du discours technologique

Cette confrontation à un projet d'un niveau de rationalité différent de la transposition naturalisée va également mettre en évidence l'absence de discours technologique, dont les élèves-professeurs ne perçoivent en fait pas la fonction. Il est même vraisemblable qu'ils n'en ressentent pas le besoin : pour eux la théorie légitime tout et l'intérêt du projet réside dans son aspect concret. Le rapport à la théorie est en effet ambigu : il est admis d'en reprendre des énoncés accompagnés d'un dessin mais toute autre forme d'argumentation est jugée « trop compliquée ». Les énoncés théoriques seront alors « expliqués » par des analogies d'écriture portant sur la forme : « ça s'écrit pareil sauf qu'on met x au lieu de t » et non sur la structure (par exemple, le rapport entre deux quantités tendant vers 0 en même temps, chacune étant une variation …). De même, la relation entre la pente et la vitesse doit être acquise « par comparaison des colonnes du tableau ». La nécessité d'un discours raisonné semble donc étrangère, y compris la possibilité de le rendre explicite. Par exemple, il semble bien suffisant de « montrer » puisque « montrer les tangentes, c'est raisonner sur les pentes ».

Conflits de rationalités

Le conflit potentiel entre les deux niveaux de rationalité, notamment quant au mode de validation, va se manifester également sous la forme d'un conflit entre une légitimité liée à la physique ou une légitimité liée aux mathématiques. Même un excellent étudiant va d'abord avoir recours à la physique pour dire qu'une droite représente un mouvement dont la vitesse est constante, et ne pourra retrouver le raisonnement sur des accroissements proportionnels que lorsque cela lui est demandé. Le fait de penser immédiatement à des mouvements « déjà vus en physique » est aussi un moyen d'éviter la question de la modélisation. Enfin, la mention d'une « vitesse négative » provoquera une réaction quasi-unanime : « mais ça n'existe pas en physique ! » Il semble donc que, face à un tel projet, les étudiants utilisent la relation entre physique et mathématiques selon une posture allant à l'inverse de la démarche visée : lorsqu'il serait nécessaire d'utiliser une argumentation de niveau 1 basée sur des accroissements, des rapports, des vitesses, etc., les étudiants vont chercher à utiliser les objets mathématiques de la théorie ; lorsqu'il serait nécessaire de se détacher des contraintes physiques pour rentrer dans une démarche de systématisation, par exemple en proposant de définir une vitesse négative, ils utilisent alors ces contraintes comme obstacles à la création d'un modèle mathématique.

6. Conclusions

Soyons maintenant positifs ! Les difficultés auxquelles nous avons confronté ces élèves-professeurs étaient prévisibles et non négligeables, compte tenu du thème et des obstacles épistémologiques associés et, en conséquence, de la naturalisation persistante d'une transposition peu propice à un questionnement mathématique.

L'ensemble nous montre que cette absence d'identification du premier niveau de rationalité peut expliquer que de nombreux projets « alternatifs » soient finalement exploités à l'encontre même de leurs objectifs. Rappelons que ce premier niveau de rationalité est également non reconnu au niveau des institutions, plusieurs entretiens (Rouy, 2007) montrant une sorte de renoncement à toute forme de rationalité dans le secondaire, la répartition « technique au secondaire et théorie à l'université » semblant la seule solution. Les professeurs du secondaire et les professeurs d'université admettent en effet que la théorie ne peut être travaillée dans le secondaire, mais qu'il faut bien « donner les techniques pour faire les exercices », quitte à ne légitimer ces techniques que quelques années plus tard dans le cadre des études universitaires.

L'étude plus complète montre cependant qu'un travail spécifique en formation, en fait un travail sur le milieu de l'élève-professeur en y injectant des transpositions à articuler et des questions très ciblées (Rouy, 2007), permet à tout le moins d'expliciter les conflits existant entre les différentes formes de rationalité et de chercher à les résoudre, ce que l'étudiant ne peut vraisemblablement s'autoriser seul. L'objectif de la formation n'est en effet pas ici de leur donner des projets « clé en main » mais de leur permettre de (re)construire un discours explicatif lorsque le savoir leur est rendu étranger, voire étrange.

Ce discours, qu'ils élaborent en réponse à leurs propres questions sur un savoir qu'ils pensaient connaître, pourrait ensuite être mobilisé pour comprendre en quoi les questions d'élèves relèvent parfois du caractère fondamental du savoir et ne trouvent pas forcément réponse dans les seuls éléments de théorie qui leur sont donnés.

Bibliographie

Arsac, G. (1996). Un cadre d'étude du raisonnement mathématique. In Grenier, D. (ed). *Séminaire didactique et technologies cognitives en mathématiques.* Grenoble : IMAG

Bunge, M. (1983). *Epistémologie*. Paris : Maloine.

Castela, C. (1995). Apprendre avec et contre ses connaissances antérieures. Un exemple concret, celui de la tangente. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 15, n°1, pp. 7-47.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques, 19/2,* p. 221-266.

Cirade, G. (2006). *Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel*. Thèse de doctorat.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Kluwer.

Gantois, J.-Y. (2007). *Expérience en propédeutique sur les dérivées*. Exposé lors des journées de contact avec les professeurs du secondaire. Université Catholique de Louvain.

Lerouge, A. (2000). La notion de cadre de rationalité à propos de la droite au collège. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 20, n°2, pp. 171-208.

Margolinas, C. (2005a). La situation du professeur et les connaissances en jeu au cours de l'activité mathématique en classe. In Simmt, E. and Davis, B. (Eds), *Proceedings of the 2004 Annual Meeting of the Canadian Mathematic Education Study Group.* CMESG/CGEDM : Edmonton, AB, pp. 3-21.

Margolinas, C. (2005b). *La préparation de séance : un élément de travail du professeur*. Conférence Commission de Recherche sur la Formation des Enseignants de Mathématiques.

Perrin, M.-J. (1999). La tangente est-elle vraiment la droite qui approxime le mieux la courbe au voisinage d'un point ? *Repères-Irem,* n° 34.

Rouy, E. (2007). Formation initiale des professeurs du secondaire supérieur et changements de rationalité mathématique entre l'institution secondaire et l'institution universitaire. Thèse de doctorat, Liège : Université de Liège.

Saelens, I. (1995). *Proposition de repères historiques et épistémologiques pour une approche heuristique de l'analyse dans l'enseignement secondaire*. Mémoire de licence. FUNDP-Namur.

Salin, M.-H. (1999). Pratiques ostensives des enseignants et contraintes de la relation didactique. In G. Lemoyne et F. Conne (éds), *Le cognitif en didactique des mathématiques*. Montréal : Les Presses de l'Université de Montréal, p.327-352.

Schneider, M. (1988). *Des objets mentaux "aire" et "volume" au calcul des primitives*. Thèse de doctorat, Louvain-la-Neuve.

Schneider, M. (1991). Quelques difficultés d'apprentissage du concept de tangente. *Repères-Irem,* n°5, pp. 65-82.

Schneider, M. (2001). Praxéologies didactiques et praxéologies mathématiques. A propos d'un enseignement des limites au secondaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol. 21, n° 1.2, pp. 7-56.

Schneider, M. (2007). *Entre recherche et développement : quel choix de valeurs pour l'ingénierie curriculaire ?* Conférence INRP.

Schneider, M. & Krysinska, M. (2002).*Exploitation du concept de milieu pour analyser un enseignement relatif aux fonctions exponentielles et logarithme*s. In Dorier, J.-L., Artaud, M., Artigue, M., Berthelot, R., Floris, R. (Eds.), Actes de la 11ème Ecole d'été de Didactique des Mathématiques – Corps – 21-30 août 2001, pp. 187-196. La Pensée Sauvage.

Tannery, P. (1912). *Mémoires scientifiques.* Paris : J. Gabay. Réed. 1996.

Vergnaud , G. (1985) *L'enfant, les mathématiques et la réalité*. Berne : Peter Lang.

Séance 2 : Mercredi 8 avril 11h30-13h00 Des causes à quelles désaffections ?
Sous-thème 2 : Selon la description de la crise de la désaffection qui est retenue, quelles explications peut-on donner au phénomène circonscrit ?

Pourquoi faire encore des mathématiques, à l'école ?

Alain Mercier

UMRP3-ADEF, Aix-Marseille Université, INRP (France)

Résumé : La question que pose et à laquelle tente de répondre cette communication est politique, mais on tente de mettre à distance l'apologie des mathématiques et la prescription d'une manière de les enseigner, en montrant comment les travaux de recherche connus permettent au moins de dire ce qui serait possible et ce qui serait dommageable. On essaie d'abord de montrer ce que pourraient être *des* raisons d'être de la discipline mathématique à l'école élémentaire commune, c'est-à-dire à l'Ecole et au Collège (élèves de 6 ans à 15 ans), avant de montrer rapidement ce que ces choix pourraient produire comme enseignement spécialisé dans les filières des lycées d'enseignement général, technique, professionnel. C'est une première réflexion, modeste et incomplète, qui n'a d'autre but que de fournir des éléments pour un débat vaste et complexe mais aujourd'hui particulièrement sensible puisque les programmes de l'école sont en question.

Mots-clés : problèmes, activité expérimentale en mathématiques, intérêt d'un problème, modèle / système, raisons d'être, enquête

---

Je partirai d'une question, que personne n'ose jamais poser. Mais il en allait de même pour le latin, jusqu'à ce que l'enseignement du latin disparaisse : « Pourquoi faire encore des mathématiques, à l'école ? »

Cette question a pourtant été posée en 1988 à Yves Chevallard, dans le cadre d'un colloque sur l'enseignement scientifique, et en 1999 à Gérard Sensevy et moi-même par la revue *Le Télémaque* qui, comme son nom l'indique, s'intéresse en philosophie aux questions d'éducation. Répondre à une telle question, c'est toujours plus ou moins se placer dans une double perspective, à la fois *prescriptive* et *apologétique*, qu'on pourrait résumer de la manière suivante : « je vais vous montrer à quel point c'est intéressant de faire (faire) des mathématiques, et vous en vous trouverez obligés d'en faire (faire) ».

Je tenterai de mettre à distance l'apologie des mathématiques et la prescription d'une manière de les enseigner, en montrant comment les travaux de recherche connus permettent au moins de dire ce qui serait possible et ce qui serait dommageable. J'essaierai d'abord de montrer ce que pourraient être *des* raisons d'être de la discipline mathématique à l'école élémentaire commune c'est-à-dire à l'Ecole et au Collège, avant de montrer rapidement ce que ces choix pourraient produire comme enseignement spécialisé dans les filières des lycées d'enseignement général, technique, professionnel.

I. Mouvements et disparitions de certains objets mathématiques des programmes

Considérons tout d'abord le fait suivant : certains objets de savoir, enseignés pendant une certaine période, disparaissent des programmes d'enseignement bien qu'ils demeurent liés aux savoirs de référence dans la société. Ce phénomène n'est pas propre, évidemment, aux mathématiques, mais quelles en sont les raisons ? On peut répondre en première approche de la manière suivante.

Parfois, c'est sous ***la pression de « l'innovation ».*** Par exemple, sous la pression d'une vulgate piagétienne, on va décider que les difficultés de l'enseignement de la « règle de trois » viennent de ce qu'elle ne peut être comprise par les élèves qui n'ont pas atteint le « stade des opérations formelles » et cette technique va disparaître de l'enseignement élémentaire, et de l'enseignement tout court.

Parfois, c'est sous ***la pression de « la réaction »***. Par exemple, sous la pression de mouvements nostalgiques, on va décider en France que les problèmes de l'éducation des jeunes viennent de la perte des « valeurs républicaines » dont les questions de certificat d'études primaires témoignaient et que la « règle de trois » est en mathématiques, avec la table de multiplication, l'emblème de cet examen de fin d'études (oubliant que moins de 20 % des élèves d'une classe d'âge le réussissaient). On va donc réintroduire l'enseignement de « la règle de trois », dont plus personne ne connaît les usages. Mais même si l'observation montre que les savoirs sont souvent des enjeux politiques, cette analyse est insuffisante pour d'autres cas, au quotidien.

Pour des raisons différentes, des objets vont être ***déclarés « trop complexes »*** pour les élèves du collège et leurs symboles eux-mêmes vont être rejetés de l'enseignement de ce niveau. Ainsi, la « notion de valeur absolue d'un nombre » va être associée à celle de *distance* de deux nombres ou écritures algébriques et passer de la Troisième (élèves de 14 à 15 ans), où elle conduisait à des exercices de « distinction de cas » à la Première (élèves de 16 à 17 ans). La « distinction de cas » en mourra immédiatement, dans la classe de Troisième.

D'autres vont migrer au fil des changements de programmes parce que leur environnement mathématique change et qu'ils ***ne trouvent plus la place de vivre*** dans le nouveau. Le calcul du « centre de gravité d'un segment et d'un triangle » figurait aussi au programme de Troisième et correspondait au problème géométrique de l'intersection des médianes du triangle et au calcul d'une moyenne pondérée. C'est le calcul que l'on fait quand on recalcule sa moyenne après avoir obtenu une nouvelle note, ou quand on tente de savoir quelle note il faudrait obtenir pour « remonter sa moyenne d'un point » ; ce qui servait à la physique des forces avec l'histoire du levier d'Archimède « Donnez moi un levier et un point d'appui et je soulèverai le monde » pour expliquer les palans et les engrenages. Ce type de calcul se réglait de tête dans certaines mathématiques professionnelles par la « croix des mélanges » mais, en 1970 avec la réforme des mathématiques modernes, il ne va plus être supporté par la notion de « mesure algébrique d'un segment », par le calcul des proportions et l'usage du théorème de Thalès pour le partage d'un segment. Modernisé en calcul barycentrique, il va bientôt se retrouver en Seconde (élèves de 15 à 16 ans), comme partie du calcul vectoriel. Mais un peu plus tard, comme il n'est utilisé qu'en Première scientifique (élèves de 16 à 17 ans) pour des questions de lieux géométriques, il va migrer dans cette classe et il n'est plus enseigné qu'à une toute petite fraction d'une classe d'âge. La détermination du point d'intersection des médianes a perdu tout sens. Quant à la question du calcul des moyennes, elle reviendra timidement en statistique…

De même, les techniques de réduction des fractions au même dénominateur ont disparu des programmes du collège sans aucune forme de procès, avec la disparition de l'arithmétique des « multiples et diviseurs d'un nombre, PGCD et PPCM ». On peut encore citer les calculs sur les nombres décimaux qui ont changé de niveau et sont enseignés de plus en plus tard...

II. La question des raisons d'être

Il semble bien que ces phénomènes puissent être en partie responsables d'une certaine forme de désagrégation des savoirs. En effet, les savoirs qui disparaissent entretenaient des liens avec d'autres, et pouvaient à eux seuls justifier la présence de certains d'entre eux. Ainsi rencontre-t-on dans le curriculum des objets isolés, dont on aurait beaucoup de mal à justifier la présence. Qui se souvient des motifs de l'enseignement de la résolution des équations du second degré (dont la technique est passée de Seconde en Première), des problèmes de baignoires aujourd'hui disparus, de la numération décimale (devenue naturelle, puisqu'elle est sur tous les écrans informatiques) ?

Le résultat est que la logique qui pouvait présider à l'organisation d'un curriculum est mise en danger, ce qui signifie que peu à peu ***les raisons*** pour lesquelles tel ou tel objet mathématique est enseigné tendent à s'estomper.

Le travail de certains savoirs perd alors toute substance, comme certains rituels démotivés dont ne subsistent plus que la forme vide : cette perte de substance, loin d'être cantonnée à tel ou tel objet, menace de s'étendre à l'ensemble du curriculum. Le phénomène atteint d'autres disciplines, ainsi la physique a complètement disparu des Collèges (élèves de 11 à 15 ans) durant quelques années. Les programmes, pourtant, demeurent substantiels. D'autres objets leur sont intégrés, dont les relations avec l'existant échappent parfois à la nécessité. Ces phénomènes d'obsolescence peuvent compromettre l'équilibre d'une discipline, parce qu'ils affaiblissent l'ordre *interne* des raisons aux moyens desquelles on peut justifier l'organisation d'une discipline et la discipline elle-même.

Les disciplines ne sont pas immortelles. Si l'on veut continuer à enseigner des mathématiques à l'école (de la Maternelle à la Terminale), il faut donc veiller aux ***raisons d'être*** de cette discipline (comme aux autres, d'ailleurs), et faire en sorte que les professeurs se les approprient, les éprouvent, et les instituent au cœur de leur enseignement. Mais cela ne saurait faire l'objet d'un décret (quoi qu'on puisse trouver quelqu'un pour décréter une telle chose, ou son contraire). Il est temps, semble-t-il, de redéfinir le contrat social sur lequel l'école républicaine s'est établie : d'autant que la mondialisation de l'évaluation *a posteriori* des systèmes d'enseignement (PISA et autres) légitime l'irruption régulière du sujet dans les discours politiques.

III. Deux questions pour ouvrir le débat

Deux questions cruciales nécessitent d'être abordées pour commencer à ouvrir le débat : « quels sont les savoirs qui doivent être enseignés et ***qu'il ne nous est pas permis d'ignorer*** » et « quels sont les savoirs dont ***on a le droit de ne pas être exclus ?*** »

Je ne répondrai pas à ces questions en tant que citoyen, et donc, par un discours politique. Je vais tenter d'apporter au débat des éléments techniques, un discours appuyé sur les connaissances scientifiques que mon travail de didacticien des mathématiques m'a permis de construire ou d'apprendre.

Un remède à l'obsolescence des savoirs et à ses effets pervers, ***s'il en existe***, nous semble donc résider dans la redéfinition publique des savoirs à enseigner ; ce qui supposerait tout d'abord de se rendre collectivement capables de décrire les finalités que nous devons fixer à l'appropriation de ces savoirs, ce qui supposerait ensuite que chacune des disciplines, dans le souci d'éclairer le débat, puisse décrire en quoi ses raisons d'être rencontrent ces finalités. Dans ce qui suit, je vais faire quelques propositions pour ce qui concerne les mathématiques.

III. 1. Les mathématiques de l'école obligatoire : raisons d'être et organisation du curriculum

Nous pourrions distinguer quatre familles de raisons de la présence des mathématiques, nous nous intéressons seulement, aujourd'hui, à la première :

- ***les mathématiques comme outils de modélisation, de compréhension du monde et d'action dans le monde***,
- les mathématiques comme discipline de l'argumentation,
- les mathématiques comme outils de formation du citoyen,
- la présence des mathématiques dans le monde.

La description des mathématiques *scolaires* qui suit est largement utopique : nous ne prétendons pas que les mathématiques soient en général enseignées de cette manière, mais nous pensons que notre description, quoi qu'il en soit de la manière dont elles sont enseignées et étudiées, vise à ***retrouver le motif de l'enseignement et de l'étude des mathématiques***. Les textes de programmes actuels français peuvent être interprétés en ce sens. Nous explorons donc l'idée suivante. ***Les savoirs et connaissances mathématiques peuvent constituer un moyen de maîtriser des phénomènes dans la réalité car elles donnent le pouvoir de penser le monde et d'y agir.***

On pourrait penser que les mathématiques élémentaires échappent à cette caractéristique, mais ce n'est pas le cas. Toute connaissance mathématique peut être perçue comme un modèle de la réalité, qui va permettre à celui qui modélise d'effectuer des prédictions sur cette réalité. Elle doit être enseignée comme ***puissance d'action.***

III. 2. Un exemple

Soit par exemple une opération élémentaire comme la soustraction. Le problème suivant est caractéristique des « problèmes de soustraction » : *Dans mon jardin, 12 tulipes ont poussé. 7 sont blanches, les autres sont rouges. Combien y a-t-il de tulipes rouges ?*

L'élève qui cherche, puis résout le problème, réalise une ou plusieurs des activités suivantes :

1.1— Il prend 12 jetons, met 7 d'entre eux de côté, et compte les jetons restants.

1.2— Il dessine 12 tulipes, en colorie 7, compte les autres.

1.3— Il dessine 12 traits, en barre 7, compte les autres.

Dans ces trois cas, il montre ainsi qu'il a su « lire le texte de l'énoncé », qu'il a « compris la situation », et en particulier il montre qu'il a compris « ce qu'il faut compter ». Il a fait alors le premier pas dans la connaissance des problèmes de soustraction. De fait, il ne travaille pas sur les tulipes du jardin mais sur une ***représentation*** qui ***est un modèle des tulipes du jardin***, un modèle suffisant pour ne pas devoir aller dans « mon jardin » compter les tulipes mais pas un modèle suffisant pour éviter de compter.

D'autres modèles peuvent lui être disponibles :

1.4— Il récite la table d'addition de 7 jusqu'à ce qu'il arrive au résultat 12 : « sept et cinq sont douze : cinq ».

1.5— Il récite de même la table d'addition, et répond : « douze moins sept sont cinq : cinq ».

1.6— Il récite, dans la table de soustraction de 12, la soustraction de 7 : « douze moins sept sont cinq : cinq ».

1.7— Il compte à rebours sur ses doigts jusqu'à ce qu'il ait compté sept doigts : « douze, onze, dix, neuf, huit, sept, six, cinq : cinq ».

1.8— Il calcule le complément de 7 à 12, en comptant par les doigts qu'il lève au fur et à mesure : « huit, neuf, dix, onze, douze : cinq ».

1.9— Il prend sa « bande numérique » personnelle et compte les cases de 8 à12.

On peut en effet imaginer d'autres procédés encore ! Mais tous les procédés que je viens de décrire utilisent un modèle tout à fait particulier, culturellement connu et bien présent dans les pratiques sociales, ***la suite des nombres, récitée ou écrite et manipulée***.

2.1— Il identifie une opération qui associe les données au résultat : « Il faut faire une soustraction ». Il écrit éventuellement cette identification avant de donner sa réponse, qu'il produit par un procédé privé.

2.2— Il désigne le résultat à l'aide de l'écriture de l'opération : « 12 - 7 », avant de répondre « 5 ». Eventuellement, il écrit d'un coup « 12 - 7 = 5 », ce qui peut signifier pour lui « J'ai douze, j'enlève sept, il me reste cinq ».

2.3— Il écrit ou liste les décompositions de 12 jusqu'à 12=7+5 et il conclut « Donc il y a cinq tulipes blanches ».

3— Il écrit une conclusion : « Il y a 5 tulipes blanches. » ou, plus rituellement : « Nombre de tulipes blanches : 5 »

4— Il présente son travail au maître, qui lui dit si l'ensemble de ses activités est satisfaisant, qui confirme ou infirme le résultat, qui le fait éventuellement corriger, qui lui montre éventuellement ce qu'il fallait faire. Le résultat devient alors « juste » ou « faux ».

Aucune activité autre que celles classées « 1. *n* » dans le groupe 1 n'est nécessaire pour répondre à la question. Ainsi, les autres actions que l'élève peut faire à propos de ce problème sont conventionnelles : l'élève répond selon un contrat implicite, mais précis. Mais l'association entre l'énoncé et l'opération à effectuer (la soustraction) ne se fait que par l'interprétation *ad hoc* : on soustrait parce qu'on ôte les tulipes rouges pour compter « les autres ».

III. 3. Un autre exemple

Comment utiliser un tel problème pour enseigner la soustraction comme ***moyen de penser et d'agir*** ? Nous allons proposer maintenant l'énoncé suivant. La première différence que nous remarquerons est que les protagonistes de la situation décrite doivent maintenant faire ce qui est indiqué. *Dans ce sac, {A} a placé des {o}. {B} {peut / ne peut pas} les compter s'il veut en être sûr. A et B conviennent qu'il y en a {n}. {A} retire du sac quelques {o}, {B} peut les compter. Il y en a {p}. {B} essaie alors de deviner combien de {o} il y a maintenant dans le sac.*

— *{B} écrit le nombre qu'il croit juste.*

— *{A} parie avec lui, {B} parie qu'il a deviné juste.*

— *{A} et {B} {peuvent / ne peuvent pas compter ensemble} les pièces du sac et noter qui a gagné.*

— *{A} et {B} jouent {q} parties, en échangeant leurs rôles. Arriveront-ils à savoir deviner à chaque coup ?*

Le fait que les élèves puissent manipuler les objets évoqués constitue une différence parce que désormais, s'ils ne le peuvent pas, le fait est précisé et si effectuer la manipulation est un des gestes possibles, le matériel est disponible.

La réponse de B est alors une anticipation sur une activité effectuable, qui sera donc effectuée aussi longtemps que cela lui sera nécessaire, sur sa propre décision, sous son contrôle. B choisit une réponse en fonction des informations qu'il reçoit, et cette réponse peut avoir officiellement ***un caractère expérimental*** : le maître n'a plus seul le pouvoir de valider tout, et en particulier la pertinence et l'exactitude d'une réponse. ***Le prix de l'erreur est faible***, ce qui permet à des stratégies par essais et erreurs de durer longtemps. La vérification n'apporte pas d'indications sur ce qu'il aurait fallu faire, en cas d'erreur persistante. La détermination du nombre restant se fait en effet ici encore par une opération différente de l'opération mentale visée.

Pourtant, le maître dispose alors de ***variables de commande***, qui lui permettent :

— de faire varier la stratégie la plus économique, donc de ***faire varier l'enjeu de savoir*** porté par la situation didactique,

— de faire varier les conditions et la nature de l'action de l'élève, donc de ***faire varier le type du rapport*** des élèves au savoir.

Ainsi, l'idée que la réponse r vérifie l'égalité $p + r = n$ (une addition) est maintenant un moyen, pour un élève, ***de contrôler ses réponses et de demander la poursuite de sa recherche.*** Par exemple, s'il y a 68 objets dans le sac et qu'on en a retiré 17, la pertinence de l'idée qu'il en reste 40 peut être évaluée rapidement : ce nombre jugé trop faible, parce que même sans calculer 40 + 17 = 57, l'idée qu'il y en a au moins 10 de plus soit 50 peut elle aussi être vérifiée, et permet de constater qu'il en manquerait encore une et que la réponse doit être 51. ***L'addition*** (que nous écrivons $p + r = n$ pour en parler entre nous) ***est un modèle du système étudié qui permet de tester des hypothèses*** de réponse.

C'est en ce sens qu'il faut interpréter l'idée selon laquelle « faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes ». Hélas, trop d'apologues de ce qu'ils appellent les « vraies » mathématiques interprètent cette question en termes de « problèmes de mathématiciens » ou « problèmes ouverts », « problèmes pour chercher » ; ce dont nous n'avons pas grand-chose à faire dans l'enseignement élémentaire. Regardons ce qu'en dit le mathématicien Henri Lebesgue qui commençait, en 1935, son cours à l'ENS de Sèvres sur « la mesure des grandeurs », par cette déclaration (je souligne les mots importants, comme on dit à l'école) : *« Un tout jeune enfant, invité à prendre un bonbon et à en donner à ses deux sœurs, s'assurera d'abord de sa part, puis portera un bonbon à l'une de ses sœurs et reviendra en chercher un autre pour le porter à son tour. Plus âgé,* ***il évitera ses allées et venues*** *; il prendra les trois bonbons en disant « pour moi, pour Louise, pour Renée ». On imagine volontiers .../... que par un mécanisme analogue* ***les hommes en sont arrivés, quand ils veulent comparer deux collections, à compter ; c'est-à-dire à comparer les deux collections à une même collection type, la collection des mots d'une certaine phrase. Ces mots sont appelés des nombres****. Pour compter ou dénombrer, on attache mentalement un objet différent de la collection envisagée à chacun des mots successifs de la phrase (ou suite) des nombres ; le dernier nombre prononcé est le nombre de la collection.* ***Ce nombre est considéré comme le résultat de l'opération expérimentale de dénombrement parce qu'il en est le compte-rendu complet.***

Un résultat expérimental sert à dispenser d'autres expériences. Les règles des quatre opérations nous dispensent des opérations de dénombrement pour certaines collections... toute autre considération est métaphysique »

Il signifie à la fois par ce texte le caractère ***d'activité scientifique expérimentale des mathématiques***, le fait que les représentations obtenues sont des modèles de certaines situations expérimentales et le fait que ces modèles permettent de résoudre certaines classes de problèmes qui en font le sens. Lebesgue insiste sur les conséquences de cette déclaration et on peut inviter tout professeur de mathématiques à s'y reporter, car le texte a été réédité (Lebesgue (1975) *La mesure des grandeurs*, Paris, Blanchard), il se trouve dans toutes les bibliothèques de mathématiques et il est lisible par toute personne cultivée. On remarquera que l'on ne compte pas des ensembles mais des ***collections***, c'est-à-dire des ensembles ***organisés par un parcours***, ce qui permet d'en ***énumérer*** les objets.

IV. Des problèmes pour enseigner : modélisation, expérience, enquête

IV. 1. Expérience, modèle et expérience dans le modèle

Les problèmes dont nous avons besoin sont des problèmes pour enseigner ; c'est-à-dire qui ne sont pas isolés mais appartiennent à une catégorie de problèmes relevant ***d'un même modèle***, que l'on veut enseigner. L'exemple qui suit est très loin d'être le seul. Il suppose d'une certaine manière qu'une culture épistémologique des modèles puisse être construite par / avec les élèves. Un modèle n'est pas la réalité plus ou moins modifiée ou trahie, mais une sorte de machine, une manière de représenter la réalité qui permet de produire des résultats. Par exemple, un modèle permet de faire des ***« expériences de pensée » c'est-à-dire des expériences dans le monde du modèle.***

Soit la figure triangulaire suivante, de rang 4 :

X	**X**	**X**	**X**
X	**X**	**X**	
X	**X**		
X			

Quel est le nombre $p(n)$ de croix dont elle est composée, si on poursuit la figure jusqu'au rang n ?

X	**X**	**X**	**X**
X	**X**	**X**	**O**
X	**X**	**O**	**O**
X	**O**	**O**	**O**

On peut considérer que ***l'expérience*** faite ici nous montre que $p(4) + p(3) = 4^2$ et, comme $p(3) = p(4) - 4$ on a : $2p(4) = 4^2 – 4$ ce qui donne une formule de calcul de $p(4)$, dont on peut induire la validité pour toute valeur en posant : $p(n) = \dfrac{n^2 - n}{2}$.

Mais si on utilise les nombres comme modèles de la figure, on a alors:

$p(4) = 4 + 3 + 2 + 1 + 0$

$p(4) = 0 + 1 + 2 + 3 + 4$

$2p(4) = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 5 \times 4$

soit $p(n) = n + (n - 1) + ... + 3 + 2 + 1 + 0$

$p(n) = 0 + 1 + ... + (n - 3) + (n - 2) + (n - 1) + n$

sur chaque colonne on a un total de n et donc

$2p(n) = n + n + ... + n + n + n + n$ donc, $p(n) = \dfrac{(n+1)n}{2}$

C'est aussi une ***expérience***, mais elle se situe cette fois dans le monde du modèle, qui permet donc de prévoir une expérience dans le monde sensible... d'anticiper, de comprendre, d'expliquer : une telle expérience s'appelle traditionnellement une ***démonstration.*** La démonstration numérique est moins nette que l'algébrique, parce que le modèle ne prend pas en charge l'écriture d'un nombre générique *n* mais en donne l'idée en montrant qu'on procèderait de même avec tout autre nombre que 4. Pour autant, elle ne prend pas en charge la notation du nombre d'éléments de l'addition, qui n'est indiquée que par trois points, ce qui n'est pas un compte-rendu complet de l'expérience. La notation einsteinienne de la somme serait ici d'une plus grande pertinence. Car l'expérience se décrit alors ainsi :

$\sum_{i=0}^{n} i = \sum_{i=0}^{n}(n-i)$ alors **:** $2\sum_{i=0}^{n} i = \sum_{i=0}^{n} i + \sum_{i=0}^{n}(n-i) = \sum_{i=0}^{n}(i+n-i) = \sum_{i=0}^{n} n = n(n+1)$; d'où la formule cherchée.

Tel est le sens de ce que disait Lebesgue, quand il affirmait que « le nombre est un compte-rendu complet de l'expérience parce qu'il dispense d'autres expériences ».

IV. 2. De l'expérimentation à l'enquête

L'expérience a été réalisée comme enseignement dans des classes de Quatrième comme de Troisième ou Seconde (élèves de 13 à 16 ans). On considère deux récipients de base carrée, faits d'une feuille de plomb un peu épaisse (par exemple, 2 millimètres) : une grande et une petite boîtes. La question est tout d'abord de savoir si les deux boîtes flottent, si une seule d'elles flotte et alors laquelle, si les deux coulent. Une autre question est la suivante : si on augmente leur hauteur, que se passera-t-il ? Et si on diminue la hauteur d'une boîte qui flotte, flottera-t-elle encore ? On dispose d'un seau pour réaliser les expériences... L'expérience faite pour les deux premières boites « la grande » et « la petite », montre, de manière surprenante pour les élèves, que la petite boîte... coule... et que la grande, pourtant beaucoup plus lourde, flotte !

Un modèle simple, conséquence du principe d'Archimède, va nous donner la clé de l'affaire : *Une boîte flotte si la place qu'elle occupe dans l'eau a un volume tel que ce même volume d'eau aurait même masse que la boîte*. Comme la masse de 1 dm^3 d'eau est 1 kg, (ou 1 g pour 1cm^3) les deux nombres sont égaux !

$v = m$ est le modèle, or : $v = h\ c\ e$ si h est la hauteur de la boîte (en centimètres), c est le côté du fond carré (en centimètres), e son enfoncement (en centimètres) tandis que $m = c\ c\ 5\ p$ pour une boîte constituée de 5 feuilles de plomb carrées de côté c (quatre côtés et le fond), le plomb étant de masse volumique 13,7 kg/dm^3, ou 13,7g/cm^3, la masse surfacique d'une feuille de 2 mm d'épaisseur est de 2,74 g/cm^3.

Nous disposons donc d'un modèle qui nous permet de « calculer la flottabilité d'une boîte » de 2 mm d'épaisseur sans avoir à la construire ni à la plonger dans un seau : $hce = 13{,}7c^2$.

Une boîte à base carrée en plomb de 2 mm d'épaisseur s'enfonce de : $e = 13{,}7\frac{c}{h}$, et on peut savoir si, s'enfonçant de e, elle flotte. Le calcul doit donner $e < h$ faute de quoi la boîte se remplit d'eau !

On peut vérifier la validité du modèle en réalisant des expérimentations avec des boîtes en plomb, si on n'est pas sûr de ses calculs... Mais le modèle va nous donner un résultat inouï. En effet, si les boîtes sont cubiques, alors on a :

$hce = 13{,}7c^2$ qui devient $cce = 13{,}7c^2$ ou $c^2e = 13{,}7c^2$.

C'est-à-dire, après simplification par c^2 que $\boldsymbol{e = 13{,}7}$ **cm toujours.**

Quelle que soit la taille de la boîte, si la feuille de plomb avec laquelle elle est construite est du même type, son enfoncement est le même. Ainsi, seules les boîtes en plomb de plus de 13,7 cm de côté flottent, si elles sont réalisées avec une feuille de plomb de 2 mm d'épaisseur ! Et l'enfoncement e ne dépend pas de leur taille : ***une boîte de dix mètres de côté s'enfoncerait aussi de 13,7 cm.***

Ce phénomène explique pourquoi les grands bateaux flottent, alors qu'ils sont en métal, et pourquoi ils flottent d'autant mieux qu'ils sont grands. C'est ce qu'on appelle « un effet d'échelle ». La masse de la construction augmente comme la surface (un carré) tandis que la flottabilité augmente comme le volume (un cube). C'est tellement étonnant qu'on trouve des élèves pour penser encore, même après cet enseignement, que « les grands bateaux en fer flottent parce qu'ils sont doublés, à l'intérieur, d'un matériau léger qui les fait flotter ».

Il est nécessaire, après cette expérience et les expérimentations associées, ***d'engager une enquête sur ces phénomènes***, pourtant connus depuis... Galilée, encore lui, qui disait, et ce n'est pas un hasard, « la nature est écrite dans la langue mathématique ». Ainsi dit Galilée, un os augmenté de trois fois devrait, *à propriétés mécaniques égales*, pour conserver la même résistance, passer d'une forme à l'autre.

Galilée porte ainsi l'idée nouvelle d'une essence de la matière qui s'exprimerait dans un rapport tel que ses *effets* sensibles soient *variables selon l'échelle*. Prenons un dernier exemple : si l'on considère un cylindre de hauteur D égale à son diamètre (la forme d'une boîte de conserve de 1 kg), on sait que lorsque son volume augmente la mesure de sa surface augmente aussi. Mais le volume augmente davantage que l'aire, puisque l'aire est πD^2 de « degré 2 » en D, alors que le volume est πD^3 de « degré 3 ».

Quand D triple, l'aire est multipliée par 9 et le volume par 27. De cela il suit toute une série de phénomènes que le modèle « rapport surface/volume du cylindre » peut expliquer, et qui relèvent du même fait mathématique que le « rapport masse/volume de la boîte en plomb » :

- Dans une espèce donnée, le gigantisme s'accompagne d'une fragilité osseuse, puisque la résistance d'un os est précisément une fonction du rapport entre la section de l'os (proportionnelle à sa surface) et la masse qu'il supporte (proportionnelle à son volume) ; plus l'os est grand, plus ce rapport diminue,
- A l'inverse, ceci explique que les accidents en cours de récréation sont en général plus spectaculaires que graves,
- Un petit animal est plus chaud qu'un grand, puisque le métabolisme produit une quantité d'énergie proportionnelle au volume d'un animal, la déperdition d'énergie étant proportionnelle à sa surface,
- La reproduction à petite échelle de la machine de Newcomen (le premier moteur atmosphérique) ne puisse fonctionner puisque il faut en proportion beaucoup plus de vapeur pour réchauffer des parois proportionnellement plus vastes ; c'est un problème qui occupa les efforts de Watt, à l'université de Glasgow, et qui se résout par la même modélisation,
- De même, que la transpiration soit plus efficace chez les maigres que chez les gros, qui doivent donc transpirer plus pour maintenir leur température.
- Etc.

IV. 3. Conséquences sur l'enseignement des mathématiques

Un modèle n'engage pas un rapport mimétique à la réalité mais il propose des significations. Un modèle est un ***système de significations*** susceptible de nous apprendre des choses sur la réalité, et, par-là même, de nous rendre ***capables d'agir*** sur elle.

Une première « raison d'être » des mathématiques pourrait ainsi s'établir : faire des mathématiques, c'est fabriquer des modèles qui permettront de maîtriser des phénomènes dans la réalité. C'est donc apprendre à considérer la réalité non comme quelque chose que le modèle peut épuiser (d'une certaine manière, c'est une définition du scientisme), mais comme quelque chose dont les mathématiques présentent une (des) description(s) utile(s). Faire des mathématiques, c'est donc en particulier éprouver leur utilité dans les modélisations qu'elles permettent.

V. Quelles mathématiques enseigner ?

V. 1. Un problème classique mais inutile ? Les patrons du cube

Un problème classique est constitué de la recherche de tous les patrons du cube. Pour le résoudre, on considère que deux faces parallèles étant de même couleur, une arête est l'intersection de deux faces de deux couleurs différentes et un sommet, l'intersection de trois faces de trois couleurs différentes : on peut donc former la liste des faces et des sommets sans disposer d'une représentation autre du cube, et notre description est suffisante pour ce travail. Permet-elle de fabriquer des patrons ? Oui, parce que l'on peut rapidement donner les règles de leur construction, qui sont la traduction de la description du cube que la coloration des faces permet : le cube est composé de trois paires de faces parallèles, coloriées de la même couleur. Ce qui se traduit par la description suivante :

- Les patrons (les cubes) comprennent six faces liées en un ensemble d'un seul tenant,
- Ils comprennent deux faces de chacune des trois couleurs (les cubes sont des parallélépipèdes, les faces de même couleur sont parallèles),
- Deux faces adjacentes par une arête ou un sommet sont de couleur différente (les faces parallèles n'ont aucun point commun, elles sont opposées),
- Trois faces de trois couleurs différentes ne sont pas alignées sur le patron (elles sont sécantes et définissent un sommet).

Nous avons trouvé de nombreux sites de classes et plusieurs sites mathématiques personnels qui traitent de ce classique. Même, une classe de CE2 a trouvé onze patrons, pour un travail de recherche d'un an... sans réussir ni à montrer qu'ils les avaient tous produits ni à installer une recherche systématique commode. Il semble que les deux techniques de travail d'une telle question soient inconnues des professeurs qui y engagent leurs élèves.

Pourtant, le codage des arêtes sur chaque face d'un cube permet de fabriquer des patrons validés par la correspondance des numéros, ce qui est déjà une réponse à la situation qui utilise les nombres comme système de codage, un usage trop rare à l'école alors qu'il est devenu omniprésent dans la société. Et si on considère que la coloration des faces donne un autre codage, on obtient la description d'un patron comme arbre composé de six chiffres 1, 2, 3, disposés selon les quatre règles ci-dessus. Ce qui donne une démarche systématique et donc, une énumération permettant le dénombrement :

On choisit ici d'explorer d'abord les configurations réalisant le plus grand alignement de faces, sachant la règle 3 (deux faces ayant une arête ou un sommet communs ne sont pas de même couleur) et la règle 4 (trois faces de trois couleurs différentes ne sont pas alignées) ; ce qui donne la position de cinq des six faces :

1e face	2e face	3e face deux choix	4e face trois choix	5e face quatre choix	6e face (patrons du cube)
0	01	010	0101	0101 2	

Alors, les quatre premiers patrons sont obtenus par déplacement de la sixième face sur ses quatre positions possibles :

					2 0101 2	2 0101 2	2 0101 2	2 0101 2

Ou, les deux patrons suivants ont été obtenus à partir d'un choix alternatif de la quatrième face et du choix de la cinquième (pour ne pas retrouver une configuration déjà obtenue on élimine les deux positions de la sixième face en bout de ligne) :

			010 2	0101 2				
					2 0101 2	2 0101 2		

Nous avons ainsi les plus connus des patrons, parce qu'ils sont tous fondés sur l'alignement de quatre faces constituant un tour et les diverses positions possibles des deux faces complémentaires. On remarquera encore que le premier patron est le plus « naturel » parce qu'il a la forme d'une « pelure d'orange » en S, celle qui se forme lorsqu'on pèle l'orange d'un seul coup de couteau, en commençant par découper une calotte.

Mais notre technique de description exhaustive nous donne automatiquement d'autres solutions au problème des patrons (ou des développements, si on pense à l'image de la pelure d'orange) du cube, en passant sur une autre ligne après la troisième face. Ces trois patrons-là sont obtenus à partir du choix alternatif de la cinquième face, sur la deuxième ligne :

				010 21				
					2 010 21	2 010 21	2 010 21	

Et, ce patron-là est obtenu à partir d'un autre type de position de la sixième face :

					010 212			

Bien qu'il ait l'air continu il ne peut s'obtenir comme pelure d'orange, d'un seul coup de couteau...

Enfin... Ce dernier patron est obtenu par développement d'une alternative construite dès la troisième face (par la recherche d'une configuration sans alignement) :

		01 2	01 20	01 20 1	01 20 12			

L'énumération a été systématique, elle fait la preuve de ce que tous les patrons du cube ont été produits. On peut donc les compter sûrement. Il y en a onze : 4 + 2 + 3 + 1 + 1 = 11

Mais nous n'avons là un objet d'enseignement intéressant que si nous savons ***quel est l'avenir de la technique de description*** qui nous a servi et que nous avons dû inventer : c'est cette technique qui est le résultat mathématique de la résolution du problème, parce qu'elle nous permettra peut-être de résoudre de nombreux problèmes « du même type »... Si ***ce n'est pas le cas, la technique n'a pas d'intérêt et le problème non plus !*** Il n'y a alors aucune raison de l'enseigner. La responsabilité des mathématiciens est de fournir une éventuelle réponse à cette question qui permettrait de savoir les mathématiques qui méritent d'être enseignées et même, celles que personne n'a le droit d'ignorer !

V. 2. Quels problèmes, pour enseigner ?

Faire des mathématiques, c'est utiliser des outils pour résoudre des problèmes et donc aussi, construire des outils permettant de résoudre des problèmes ou encore, étudier des outils et les problèmes qu'ils permettraient de résoudre. Résoudre des problèmes est le moteur et le motif de l'activité mathématique, ce n'est pas rien mais ***ce n'en est pas le tout***, le texte des programmes dit aussi cela.

La résolution de problèmes devrait donc déboucher normalement sur la mise en place de représentations nouvelles et sur la mise à l'épreuve des représentations connues, pour produire les systèmes de représentation (de modélisation) les plus généraux possibles, en éprouver l'économie et en apprendre les techniques de manipulation. Mais cela ne se produit jamais complètement sans l'intervention du professeur, dont le métier n'est plus l'exposé *ex cathedra* des manipulations attendues mais l'accompagnement de la production de représentations par les élèves, l'analyse de leurs productions et l'organisation de l'étude collective des représentations socialement reçues lorsque leur grande efficacité peut être éprouvée en pratique, par les élèves.

Professionnellement, les mathématiciens doivent :

- ***produire*** les moyens de résoudre des problèmes du genre le plus large possible,
- ***organiser*** les problèmes en types de problèmes que l'on sait résoudre.

Cela afin d'identifier ce que l'on sait, reconnaître ce que l'on sait faire, et poser les problèmes qui demeurent. La question qu'il faut poser à propos d'un ***problème pour l'enseignement*** est donc double :

1) ***Quels sont les problèmes voisins de ce problème, quel est son genre ?***

2) ***Quel est l'avenir de ce que sa résolution permet d'apprendre ?***

Pour imaginer ce que cela suppose, avec un problème tel qu'on en rencontre dans les classes élémentaires et en considérant qu'une classe soit organisée en organisme de production mathématique, prenons un premier exemple. *« On plie une bande de papier une fois, le pli la partage en deux morceaux. On plie la bande deux fois sur elle-même, on obtient trois plis qui partagent la feuille en quatre morceaux. Combien de morceaux et de plis obtient-on si on plie la bande une troisième fois sur elle-même ? »*

Cela ne semble pas encore un problème quoi que, si vous n'avez pas de feuille à votre disposition pour faire l'épreuve, l'argument qui prouve le résultat n'est pas si simple. Le problème n'advient que si la question posée devient plus générale. « On plie dix fois de suite la bande sur elle-même, combien de morceaux obtient-on ? » est donc peut-être déjà une manière de « faire problème ».

Mais ce n'est le cas que si l'on renonce à chercher ***cette*** réponse pour chercher ***comment*** répondre pour tout autre nombre de plis. Ce problème se rencontre, dans les ouvrages d'enseignement. Comment se résout-il ? A quoi cela sert-il de le résoudre ? A quel enjeu d'enseignement répond le professeur qui le pose ?

On remarquera d'abord que le problème n'a d'intérêt que parce qu'il ne se résout pas directement en effectuant le pliage. Il est en effet impossible de plier dix fois sur elle-même une feuille de papier A4. Répondre suppose donc de ***changer de cadre*** et de *passer de l'expérience matérielle à une expérience numérique, par exemple en fabriquant un tableau des réponses connues permettant de voir que « le nombre de morceaux double à chaque pli nouveau. »* La réponse est donc $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1024$ (vous remarquerez que 1024 feuilles de papier, c'est environ deux ramettes et que le dernier pli serait donc obtenu en pliant une ramette en deux ! La feuille de papier permettant cette opération aurait donc au moins mille fois 29,7 cm de long soit, 297 m).

Pour que les élèves résolvent cette question il faut comme toujours ***que le professeur enseigne***, c'est-à-dire par exemple, qu'il organise le passage du problème initial à un problème numérique en organisant la mise en commun des résultats obtenus par différentes équipes, jusque-là concurrentes dans la première exploration et qui se sont arrêtées selon le cas à quatre, cinq, six pliages, sachant que personne ne compte 64 objets sans erreur (six pliages), encore moins 128 (sept pliages). ***Il écrira lui même les résultats de chaque équipe au tableau, en prenant soin de les présenter en deux colonnes***. ***Et puis, il demandera aux élèves de travailler sur ces tableaux de nombres et non plus sur les pliages matériels.***

Pour montrer l'intérêt de ces questions, voici un problème proche. Dans une feuille de papier rectangulaire, on donne un coup de cutter parallèle à un bord, qui la partage en deux, puis un trait perpendiculaire (parallèle au bord suivant) qui partage en deux chacun des morceaux obtenus. On obtient quatre morceaux. Combien de morceaux obtient-on si on partage la feuille en trois dans un sens et en deux dans l'autre ? C'est un problème de dénombrement simple, mais si la question devient : « On partage un rectangle en dix-huit dans un sens et en trente quatre dans l'autre, combien de morceaux élémentaires obtient-on ? » on voit advenir un genre de problèmes que l'on peut identifier ***comme les problèmes de multiplication***. Alors, si les élèves savent par exemple les réponses pour des rectangles partagés en « deux par sept », « huit par vingt », « dix par quatorze », etc., ils chercheront à former une réponse à partir de ces réponses précédentes, en découpant des rectangles de résultat connu dans le rectangle donné, reconnaissant par là que le problème appartient à la même catégorie. Cela suffit-il à traiter le problème qui vient ?

« Multiplier, par le procédé de votre choix (vous pouvez vous aider d'une calculatrice), le nombre de 23 chiffres suivant : 39587100985672987193375 par le nombre de 33 chiffres suivant : 765584937728347927911205474638992 par un procédé vous permettant de garantir votre résultat »

Il appartient lui aussi à la catégorie des problèmes de multiplication, et c'est l'opération qui fait problème, car les techniques que vous connaissez sont insuffisantes, il faut les reprendre à leur fondement. Mais comme ce n'est pas l'objet de cette conférence, je vous laisse donc explorer vous-mêmes l'efficacité de vos connaissances sur la multiplication : à vous d'ouvrir une enquête sur le thème « Comment élargir le champ d'action du modèle de multiplication dont je dispose ? » si le cœur vous en dit.

Analyser le rapport aux mathématiques des enseignants peut-il aider à agir contre la désaffection des jeunes pour les études de mathématiques ?

PIERRE-ALAIN CHERIX, FRANÇOIS CONNE, AUDREY DAINA,
JEAN-LUC DORIER, ANNICK FLUCKIGER (Equipe DiMaGe, Université de Genève)
Pierre-Alain.Cherix@unige.ch
Francois.Conne@unige.ch
Audrey.Daina@unige.ch
Jean-Luc.Dorier@unige.ch
Annick.Fluckiger@unige.ch

Résumé. Dans la première partie de ce texte nous rendons compte d'un questionnaire « d'opinion » que nous avons fait passer à des étudiants en première année des sciences de l'éducation de Genève, dont beaucoup se destinent à devenir instituteurs. Dans un deuxième temps, nous présentons un dispositif, où sur la base d'un questionnaire écrit nous faisons se confronter un étudiant futur instituteur et un étudiant de maîtrise de mathématiques. A travers ce dispositif, nous visons à faire émerger des différences significatives dans les rapports aux mathématiques des deux populations.

Mots-clés. Formation des enseignants, représentations des mathématiques, nombres décimaux, écritures décimales.

Introduction

Le travail dont ce texte fait partiellement état prend pour acquis, sur la base de diverses études (Jensen, Niss, & Wedege 1998 ; Kahane 2002, Ourisson 2002, Porchet 2003, Rolland 2006, Smith, A. 2004) , que la plupart des pays européens sont touchés par une forme plus ou moins sévère de désaffection des jeunes pour les études scientifiques. Il s'inscrit de fait dans le sous-thème 2 du projet spécial 1 du colloque EMF2009 et en particulier de l'alinéa n°7. *Quels liens peut-on établir entre le phénomène décrit et la formation mathématique et didactique des enseignants ?*

Nous partons de l'hypothèse qu'au-delà des indicateurs plus ou moins objectifs que les différents rapports ou études ont permis de mettre en avant, en particulier en termes de baisse des effectifs dans les filières mathématiques d'excellence, les mathématiques souffrent d'une « image » négative auprès de la population et des élèves et étudiants en particulier. Le paradoxe souligné par plusieurs auteurs, dont Chevallard, est que les mathématiques n'ont jamais été autant présentes qu'aujourd'hui au quotidien dans les sociétés modernes, alors qu'elles sont de plus en plus invisibles, encapsulées dans des boîtes noires de technologies avancées. Il en résulte que leur impact sur la société est souterrain et que le citoyen du 21ième siècle ne peut percevoir leur utilité dans sa vie quotidienne. Par ailleurs, les mathématiques en tant que discipline scolaire ont aussi eu à souffrir de la mauvaise réception des mathématiques modernes dans le public et de leur fonction de discipline de sélection. Depuis plusieurs années, les changements de programmes successifs ont tenté de montrer que les mathématiques peuvent servir dans la vie quotidienne, et dans les autres disciplines ; évoquer des éléments de leur histoire est aussi apparu comme un moyen de leur redonner une certaine humanité. L'impact de ces modifications, leur réalisabilité et leur pertinence dans les contraintes du système éducatif n'ont fait l'objet que de peu de travaux. De plus, la crédibilité de ces changements est loin de faire l'unanimité dans la communauté mathématique (que ce soit les enseignants ou les chercheurs).

Ces différents facteurs ont joué à notre avis un rôle important sur l'image des mathématiques dans la société et dans l'éducation. A l'époque des ordinateurs puissants, et des calculettes de poche, est-il encore vraiment nécessaire de savoir faire des mathématiques ? On sait que ce type d'idées a été plébiscité par un ministre de l'Education Nationale français et qu'il s'en est suivi un allégement sensible des horaires de mathématiques dans l'enseignement secondaire. Qu'est-ce que c'est finalement que faire des mathématiques ? Est-ce seulement une discipline pour former l'esprit, ce qui de fait légitimerait sa fonction de sélection scolaire, comme le latin avant elles ? Sont-elles un moyen d'interroger notre rapport au monde, et participent-elles de ce fait de l'éducation de l'homme de la rue ? Ou ne sont-elles finalement qu'une discipline de service pour les autres sciences et de fait à réserver aux spécialistes ?

Ces questions essentielles se doivent d'avoir des réponses au moins partielles qui prennent en compte les contraintes du monde contemporain, de la place des technologies, de la valeur de la science et des missions de l'éducation.

Les enseignants ont bien sûr à jouer un rôle important dans l'image que la société peut se faire des mathématiques. Cet aspect du problème se pose de façon assez nettement différente pour les enseignants du primaire, généralistes, et les enseignants du secondaire et a fortiori du supérieur, ayant une formation disciplinaire spécialisée. Dans ce sens, notre projet propose de faire un état des lieux de l'image que les enseignants ont des mathématiques et de leur enseignement et d'en tirer des hypothèses (à vérifier) concernant les effets sur leur pratique. Cet aspect du travail se fait sur la base de questionnaires et d'entretiens individuels. Il touche, en différenciant les approches, les enseignants (confirmés, débutants ou en formation initiale) du primaire d'une part et du secondaire d'autre part.

Dans un dernier temps, l'équipe de didactique des mathématiques de Genève –DiMaGe- a conçu et fait passer un questionnaire à des étudiants en première année des sciences de l'éducation de Genève, dont beaucoup se destinent à devenir instituteurs. Nous rendons compte de ce questionnaire et des résultats dans une première partie. Globalement il en ressort que l'image des mathématiques qui se dégage dans cette population est moins négative et « naïve » qu'on aurait pu le croire. Ces résultats nous ont conduits à affiner nos analyses. Ainsi dans un deuxième temps, nous avons conçu un questionnaire que nous faisons passer par écrit en une heure à un binôme constitué d'un étudiant futur instituteur d'une part et d'un étudiant en maîtrise de mathématiques d'autre part. Ces deux étudiants sont ensuite invités sous la supervision d'un membre de notre équipe à confronter leurs réponses au questionnaire pendant un entretien d'environ une heure. Par ce dispositif, nous visons à faire émerger des différences significatives dans les rapports aux mathématiques des deux populations. A moyen terme, nous envisageons d'élargir ces expérimentations à des populations d'enseignants du primaire et du secondaire. L'hypothèse sous-jacente à notre travail est que les enseignants dès le primaire jouent un rôle décisif sur l'intérêt que les élèves (plus tard étudiants) portent aux mathématiques. Nous voulons voir s'il existe des points cruciaux sur lesquels une différence de rapport significative entre enseignants du primaire et du secondaire peut jouer sur la motivation des jeunes à suivre des études mathématiques. Si c'est le cas, notre travail peut nous permettre de mettre en place un dispositif de formation qui permettrait dans la formation initiale (voire continue) des enseignants de mieux gérer l'interface primaire-secondaire pour permettre une meilleure perception des mathématiques tout au long de la scolarité. Cette partie de notre travail en est à ses débuts et nous n'en rendrons que partiellement compte dans la deuxième partie de ce texte.

1. Rapport aux mathématiques de futurs enseignants primaires

Comme il a été dit dans l'introduction, nous avons conçu un questionnaire pour avoir une idée de l'opinion générale que des étudiants, se destinant pour la majorité à l'enseignement primaire, avaient des mathématiques.

Le questionnaire est donné en annexe avec les réponses que nous avons obtenues.

Il a été passé en cours en amphithéâtre en une demi-heure par 110 étudiants de première année de sciences de l'éducation de l'Université de Genève pendant le premier cours d'introduction à la didactique des mathématiques en janvier 2007. Sur ces 110 étudiants environ les trois quarts vont devenir instituteurs. L'autre quart est plus hétérogène, il peut s'agir de personnes plus âgées issues du milieu associatif ou de la formation d'adulte, ou d'étudiants jeunes qui vont poursuivre des études en sciences de l'éducation, hors enseignement scolaire.

La très grande majorité n'a pas suivi de cursus impliquant des mathématiques avancées (option à la maturité). On peut donc dire que l'on a une population éduquée mais non scientifique, dont une nette majorité est ou sera impliquée dans l'éducation.

Le questionnaire est divisé en trois groupes de questions :

- Opinions sur les mathématiques en tant que savoir savant (16 questions).
- Opinions sur l'enseignement des mathématiques (15 questions).
- Opinions sur comment il faut enseigner ou comment on apprend en général ou en mathématiques en particulier (16 questions).

Pour chaque question, on demande de dire si on est « tout à fait d'accord » (+2) « plutôt d'accord (+1), « plutôt pas d'accord » (-1) ou « pas du tout d'accord » (-2). A la fin de chaque groupe de questions, on demande en plus de citer les 3 opinions avec lesquelles on est le moins (respectivement le plus) d'accord. Une place pour d'éventuels commentaires est laissée.

Il serait trop long dans le cadre de cet article de rendre compte de tout le processus de réflexion et des diverses sources consultées pour construire ce questionnaire. Nous avons choisi de permettre 4 types de positionnement (plutôt/tout à fait - d'accord/pas d'accord) en excluant le neutre pour contraindre les étudiants à prendre position. A posteriori, il apparaît que ce questionnaire est certainement trop long et en partie redondant d'autant que les deux dernières rubriques sont difficilement distinguables. De plus, nos difficultés dans le traitement statistique nous ont conduit à penser qu'il aurait mieux valu avoir une échelle d'appréciation plus large… Nous l'avons amélioré et proposé à d'autres types d'étudiants, mais des difficultés d'analyse persistantes (sur lesquelles nous reviendrons) nous ont conduits in fine à abandonner cette piste, même si ces premières données nous ont permis de mieux positionner notre réflexion et nous semblent valoir la peine d'être diffusées.

Dans la suite, nous rendons compte de façon succincte des résultats obtenus. Nous analyserons séparément les réponses aux trois rubriques. Dans chacune, nous avons distingué deux groupes de réponses selon qu'elles font relativement l'unanimité, c'est-à-dire plus de 70% de pour (+2 ou +1) ou de contre (-2 ou -1) ou au contraire conduisent à des positions assez panachées au moins 30% de chaque. Pour chaque rubrique, nous analysons les réponses d'abord des questions qui font l'unanimité par ordre décroissant d'accord et puis de celles plus tranchées par ordre décroissant d'équilibre entre les « pour » et les « contre » .

A. Opinions sur les mathématiques en tant que savoir savant

Questions qui font l'unanimité

5. *En mathématiques, il n'y a plus rien à découvrir*.

Même si contredire cette affirmation est largement justifié, le résultat (98% de négatif) est somme toute surprenant car « on » dit souvent que beaucoup de gens pensent le contraire. Ce résultat est en tout cas rassurant et montre un bon positionnement des étudiants. C'est positif pour l'image des mathématiques. Dans la version améliorée du questionnaire on a choisi de reformuler cette question en « Les mathématiques sont une science vivante » qui est une opinion plus contrastée.

14. *Les mathématiques n'ont d'intérêt que par leur valeur historique dans le développement de l'humanité.*

La formulation un peu extrême de la question biaise certainement les réponses (96% de négatif). La forme de la question est ambiguë dans la mesure où on affirme non seulement l'intérêt des mathématiques par leur valeur historique pour l'humanité (ce qui aurait pu emporter une plus grande adhésion), mais on limite aussi l'intérêt des mathématiques à cet aspect (ce qui risque d'avoir provoqué, à juste titre, le rejet). Cela explique sûrement que le poids des +1 est important.

12. *Les mathématiques ne sont pas une science car elles n'ont pas recours aux expériences*.

Cette affirmation est plus discutable : y'a-t-il recours aux expériences en mathématiques ? Qu'entend-on par science ? La quasi unanimité (87% de positif) porte-t-elle vraiment sur le fait qu'il y a des expériences en mathématiques ou sur une acception large du terme science ?

6. *Les mathématiques sont de plus en plus indispensables au monde moderne*.

Cette affirmation est aussi largement vraie, mais on voit qu'elle fait un peu moins l'unanimité (17% contre). Cela semble donc confirmer en partie le paradoxe que les mathématiques sont aussi de plus en plus invisibles, encapsulées dans des boîtes noires.

4. *Le monde des mathématiques est un monde à part qui se suffit à lui-même*.

On est plus ici sur le registre de l'opinion que des faits contrairement aux questions précédentes. Il est intéressant de noter qu'une grande majorité récuse cette opinion, ce qui est aussi encourageant pour l'enseignement. Les pour (18%) peuvent exprimer un sentiment d'exclusion, voire de rejet développé lors de leur propre scolarité, mais il n'est pas exclu qu'il y ait pour une petite part une certaine fascination.

9. *Les mathématiques ne peuvent intéresser qu'une élite*.

Là aussi les réponses sont rassurantes (80% contre) et montrent bien que la majorité des étudiants revendiquent aux mathématiques une fonction dans la société qui dépasse la sphère des producteurs de mathématiques

10. *Les mathématiques c'est un amas de relations techniques et de formules indépendantes de tout but et de tout usage*.

Cette formulation extrémiste et à connotation très péjorative recueille heureusement une majorité d'opinions négatives. On notera toutefois que presque un quart des étudiants est assez d'accord ! Pour de futurs enseignants c'est une opinion qui risque d'être dommageable. Nous n'avons malheureusement pas la possibilité de croiser les réponses avec le cursus suivi par les étudiants interrogés, ce qui aurait pu donner des explications.

11. *Les ordinateurs remplaceront bientôt les mathématiciens*.

Cette opinion est moins péjorative au moins dans la forme que la précédente, elle indique toutefois une grande naïveté à la fois quant à la nature des mathématiques et la puissance supposée des ordinateurs (même si comme nous l'avons rappelé dans l'introduction un ministre de l'éducation nationale français a presque soutenu cette opinion). Le fait que pas loin du tiers des étudiants adhèrent à cette opinion est donc assez alarmant.

Questions aux réponses panachées

16. *Les mathématiques constituent la seule discipline où l'on peut être sûr de ce que l'on dit, de ce qui est vrai et de ce qui est faux.*

Voilà un résultat intéressant qui montre que le fait que le vrai et le faux se distinguent bien en mathématiques est loin d'être une évidence (44% contre - 56% pour) ! On peut remarquer que les opinions ne sont majoritairement pas tranchées peu de -2 ou +2, mais paradoxalement c'est aussi une opinion souvent citée (36 fois) dans le palmarès des « pour », rarement dans celui des contre. Est-ce un signe que les « pour » sont non seulement légèrement majoritaires mais ont aussi une opinion plus fondée ?

3. *Les mathématiques ne sont qu'un langage universel.*

Là aussi c'est intéressant et surprenant (56% contre - 44% pour), tant cette idée pourrait paraître éculée. Doit-on y voir un signe positif ? Remarquer aussi que les opinions ne sont majoritairement pas tranchées.

8. *Les mathématiques ne sont qu'une affaire de logique*.

Avec 40% contre et 60% pour, on voit que l'idée que les mathématiques ne sont que de la logique n'est plus une opinion qui fait recette. Ici encore peu d'opinions tranchées.

2. *Les mathématiques sont la meilleure école de la rigueur.*

La formulation un peu extrême de la question cache peut-être un accord plus général sur l'association entre rigueur et mathématiques que ne le laisse supposer ce résultat mitigé (37% contre - 63% pour).

13. *L'essentiel c'est de comprendre le réel et de le modéliser. Les mathématiques ne sont qu'un outil une fois ce but atteint.*

62% contre et 38% pour. Est-ce à dire que la modélisation n'est pas vue comme une part importante du travail scientifique ? Ou qu'elle est considérée comme faisant partie des mathématiques ? La formulation de la question est peut-être un peu complexe et rend l'interprétation des résultats compliquée.

1. *Les mathématiques sont le royaume de l'abstraction*.

36% contre et 64% pour. Là aussi la formulation est extrême, mais plus du tiers des étudiants récusent la suprématie des maths quant à l'abstraction. Dans un sens, on peut y voir un résultat positif, surtout pour de futurs enseignants du primaire.

15. *Les mathématiques sont la discipline par excellence où l'esprit peut faire le plus preuve d'imagination*.

Les réponses restent panachées (70% contre - 30% pour), mais l'imagination dans les mathématiques n'a pas la côte. A noter que c'est une des rares questions où le -2 est important.

7. *Faire des mathématiques c'est être libre de toute contrainte politique ou sociale.*

Ici aussi 70% d'opinion contre, mais moins de -2 que précédemment.

B. Opinions sur l'enseignement des mathématiques

Questions qui font l'unanimité

7. *L'enseignement des mathématiques doit permettre de maîtriser le sens des opérations*.

Cette question, très liée au contexte de l'enseignement primaire, fait une large unanimité (97%). C'est bien le sens qui est en jeu ici pas seulement les opérations, ce qui est plutôt positif pour l'image des mathématiques, si cette « subtilité » n'a pas échappé aux étudiants.

5. *L'enseignement des mathématiques sert à avoir un esprit logique*.

Cette forte unanimité (92% pour) est surprenante par rapport à la question 8 du A qui portait sur la nature logique des mathématiques et qui a obtenu un score bien plus panaché (60% pour 40% contre) : cela semble vouloir dire qu'il y a beaucoup d'étudiants qui pensent que les mathématiques forment à la logique sans s'y restreindre. Si c'est la bonne interprétation, c'est positif.

13. *L'enseignement des mathématiques sert à acquérir des automatismes.*

Ce 89% d'opinions favorables dénote une vision très limitative de l'activité mathématique et accrédite la vision selon laquelle les mathématiques se résument à savoir appliquer des formules de façon automatique. Si on compare avec la question 3 sur le sens critique (55% pour, 45% contre) on ne peut que noter une contradiction.

9. *L'enseignement des mathématiques sert à savoir justifier un résultat ou une démarche*.

Ce résultat, avec 85% d'opinion favorable, contrebalance un peu le précédent. Ceci dit la formulation est un peu floue et un « pour » peut revêtir des opinions bien distinctes.

4. *L'enseignement des mathématiques sert à développer l'esprit de recherche*.

Ici il n'y a pas d'ambiguïté de formulation et cette opinion très nettement positive (84% pour) contrebalance clairement l'opinion sur les automatismes.

12. *L'enseignement des mathématiques sert à acquérir des méthodes de travail*.

79% des étudiants confèrent donc aux mathématiques des vertus dans la formation à l'organisation dans le travail. C'est plutôt positif.

15. *L'enseignement des mathématiques a pour but essentiel de développer le goût des mathématiques.*

Cette question peut être interprétée de diverses manières : soit comme une quasi tautologie, soit au contraire, comme un aveu d'impuissance à s'ouvrir sur l'extérieur. L'adhésion importante (78% de pour) penche plutôt pour la première interprétation, mais cela reste ouvert.

Questions aux réponses panachées

1. *Savoir des mathématiques c'est avant tout connaître des formules*.

Cette opinion donne une vision très restrictive de l'activité mathématique. Avec 51% contre et 49% pour, on est juste sur le milieu. Est-ce que cela renforce ou au contraire permet de nuancer les résultats à la question 13 sur les automatismes ?

14. *L'enseignement des mathématiques sert à se débrouiller dans la vie*.

Avec 54% contre, mais quand même 46% pour, on peut considérer que c'est un résultat très encourageant, qui montre que l'aspect pratique des mathématiques n'est pas récusé de façon massive

3. *L'enseignement des mathématiques sert à développer le sens critique*.

Cette opinion donne au contraire une idée beaucoup plus noble des mathématiques. Elle obtient aussi un score très panaché (55% contre, 45% pour). On a vu la contradiction avec les résultats de la question 13. On pourrait aussi s'attendre à une forte corrélation (négative) avec la question 1, mais ce n'est pas le cas ! Nous reviendrons sur cette question des corrélations.

6. *L'enseignement des mathématiques sert à être apte à suivre l'enseignement de la classe supérieure.*

55% d'opinions favorables, cela peut paraître surprenant. Il se peut aussi que la formulation de la question ait prêté à confusion, dans le sens où effectivement ce que l'on apprend une année doit permettre de suivre l'année suivante, même si ce n'est pas le seul but…

11. *L'enseignement des mathématiques sert à apprendre le vocabulaire mathématique*.

Cette question est ambiguë. En effet, au sens strict il faut répondre oui (58%). C'est plus gênant si on pense que l'enseignement des mathématiques ne sert qu'à apprendre du vocabulaire (dans ce cas, cela est à rapprocher de la question sur les mathématiques en tant que langage universel du A). Une réponse négative (32%) peut être interprétée comme une réaction à cette vision restrictive.

10. *L'enseignement des mathématiques apprend à travailler avec les autres.*

Ces réponses panachées mais assez nettement dans le négatif (65%) montrent une non reconnaissance du travail collaboratif en mathématiques.

2. *Apprendre les mathématiques c'est avant tout résoudre des problèmes*.

Ces réponses panachées mais assez nettement dans le positif (65%) montrent quand même une certaine reconnaissance de l'importance de la résolution des problèmes dans l'apprentissage des mathématiques, même si ce n'est pas l'unanimité.

8. *L'enseignement des mathématiques sert à développer l'esprit de rigueur*.

Les résultats (30% contre - 70% pour) sont assez semblables à la question sur le même thème pour les mathématiques en tant que savoir savant (37% contre et 63% pour), mais la corrélation n'est pas si bonne. Par ailleurs, la différence avec ce qu'on a vu pour la logique est intéressante à noter.

C. Opinions sur comment il faut enseigner ou comment on apprend en général ou en mathématiques en particulier

Questions qui font l'unanimité

12. *L'important dans l'enseignement des mathématiques c'est le raisonnement.*

Forte reconnaissance de la valeur du raisonnement (95% d'opinions positives).A rapprocher des questions 3 et 4 du B

8. *On ne peut rien faire pour un élève qui n'a pas la bosse des maths.*

Avec 94% d'opinions défavorables, le résultat est rassurant pour de futurs enseignants.

3. *L'erreur peut être considérée comme constitutive de l'apprentissage des mathématiques.*

Résultat très positif (92% d'opinions favorables) pour de futurs enseignants qui montre une bonne approche de l'enseignement des mathématiques. Seul bémol, il faut espérer que l'assertion n'a pas été comprise comme « en mathématiques, c'est tellement dur que c'est normal de se tromper »

6. *Plus l'apprentissage est difficile, plus il faut simplifier, décomposer, pour le faciliter*.

Voilà une idée reçue qui a la vie dure (91% d'opinions favorables !). Cette opinion fort répandue est difficile à démonter.

14. *Dans l'enseignement des mathématiques, il faut privilégier avant tout les actions qui donnent sens aux concepts à acquérir*.

Deux mots importants « actions » et « sens » qui obtiennent un fort plébiscite (90% d'opinions favorables) : C'est très positif.

15. *Dans l'enseignement des mathématiques, il faut avant tout faire faire plusieurs exercices sur le même moule pour faire « rentrer » les techniques*.

Simplifier quand c'est difficile (Q6) et faire du « drill » pour faire rentrer les techniques. C'est un peu la même idée qui est plébiscitée ici avec 86% d'opinions favorables.

7. *Un bon enseignant doit veiller à rectifier les erreurs des élèves dès qu'elles apparaissent.*

84% d'opinions favorables, c'est contradictoire avec les réponses à la question 3 vue plus haut. Les erreurs sont normales, mais il ne faut pas les laisser subsister, même pour que les élèves aient la chance de les corriger seuls.

2. *L'analyse des erreurs de l'apprenant est une voie privilégiée pour comprendre son mode de connaissance*.

Cette question, à rapprocher de la 3, est moins difficile à comprendre et, même si le score est moins élevé (82% d'opinions favorables), c'est un résultat positif.

10. *L'apprentissage le plus performant est l'apprentissage par les méthodes actives.*

Ces 78% d'opinions favorables tranche avec les résultats de la question 14. Est-ce que la formulation est plus radicale ? Ou certains ne voient pas trop ce que sont les méthodes actives ?

Questions aux réponses panachées

13. *Dans l'enseignement des mathématiques, il faut avant tout insister pour que les élèves apprennent leurs formules et leur cours*.

Il est intéressant que cette vision « classique » et un peu réductrice de l'enseignement départage aussi bien la population (43% pour et 57% contre). A noter cependant qu'elle ne recueille que très peu d'opinions extrêmes.

5. *L'histoire des mathématiques peut nous aider à comprendre la manière dont un individu construit ses connaissances mathématiques.*

C'est ici une opinion moins classique qui coupe la population en deux (40% pour et 60% contre). Aucune corrélation significative avec la précédente cependant.

9. *La construction des connaissances est un phénomène essentiellement individuel.*

C'est très partagé (40% pour et 60% contre), mais la tendance est plutôt non. A rapprocher de la question 10 qui était spécifique aux mathématiques

11. En matière de construction des connaissances, on ne peut qu'émettre des hypothèses jamais vérifiables sur la manière dont un individu apprend.

La aussi le partage penche légèrement vers le non (62%), mais c'est tout l'objet des sciences de l'éducation qui peut être en danger.

16. *Dans l'enseignement des mathématiques, il faut toujours partir de problèmes concrets.*

Dans la culture de l'enseignement primaire surtout à Genève, c'est une idée très répandue, qui n'obtient pourtant ici « que » 62% d'opinions favorables.

4. *Pour comprendre la manière dont les apprenants construisent leurs connaissances, le mieux, c'est de les observer.*

Ici les réponses penchent assez nettement vers le positif (66%). C'est une vision assez naïve de l'apprentissage qui transparaît ici. Comment peut-on observer la manière dont les apprenants construisent leurs connaissances ? Surtout si on pense que c'est essentiellement privé.

Les résultats obtenus montrent donc des opinions finalement assez contrastées. Les étudiants, dont nous rappelons que la plupart sont de futurs instituteurs, n'ont pas une vision des mathématiques qui se réduit aux seuls aspects de rigueur et de logique et leur accordent assez majoritairement une place dans la société, pour développer l'esprit critique, résoudre des problèmes. Une tendance à réduire l'enseignement des mathématiques à des tâches techniques se dégage, mais pas de façon nette ni réductrice. Avant de tester d'autres populations, nous avons voulu croiser les différentes réponses obtenues selon des techniques classiques d'analyse de données, pour tenter de mettre en évidence des corrélations entre certaines opinions et distinguer des sous-groupes dans la population testée. Ces tentatives n'ont rien donné de très conclusif. Il s'avère qu'aucun axe principal ne se dégage vraiment. Des corrélations qui auraient dû être très fortes n'apparaissent pas vraiment nettement. Ces résultats peu encourageants, nous ont conduits à modifier le questionnaire. Nous avons donc atténué certaines formulations trop extrêmes, rassemblé les rubriques B et C et diminué le nombre de questions. Nous avons alors testé ce nouveau questionnaire, d'une part sur des étudiants en fin de cursus de formation pour devenir instituteurs et d'autre part sur des étudiants de maîtrise de mathématiques. Mais là encore les résultats n'ont rien donné de très conclusif. Nous avons alors remis en cause les méthodes statistiques en jeu. Nous envisageons actuellement d'élargir la palette des réponses en termes d'opinion (une notation de 1 à 10 par exemple au lieu des 4 possibilités actuelles). Nous attendons la prochaine volée d'étudiants pour pouvoir poursuivre dans cette voie, mais restons réservés sur la possibilité d'aboutir à des données exploitables au delà de ce que nous avons déjà obtenu. C'est pourquoi, nous avons surtout mis en place un autre type d'analyse, que nous allons à présent présenter.

2. Confrontation entre futurs enseignants du primaire et étudiants en mathématiques

Suite à la première phase de notre travail et aux difficultés rencontrées, nous en sommes arrivés à la conclusion que les différences entre enseignants du primaire et mathématiciens dans leur rapport aux mathématiques devaient être évaluées de façon plus fine. Nous avons alors mis au point un nouveau procédé d'entretien.

Nous avons conçu sur la base de divers travaux de didactique des mathématiques un questionnaire de mathématiques portant sur des connaissances de l'école primaire et du secondaire inférieur (voir annexe). Ce questionnaire est soumis à un binôme constitué d'un étudiant en fin de formation pour devenir instituteur (4$^{\text{ième}}$ année de la maîtrise de sciences de l'éducation mention enseignement de Genève) et d'un étudiant en fin de maîtrise de mathématiques à l'université de Genève (dont certains se destinent à l'enseignement secondaire). Chacun des étudiants du binôme doit d'abord répondre individuellement par écrit (en une heure environ) au questionnaire, puis, sous la supervision d'un des membres de l'équipe, les deux étudiants sont ensuite invités à confronter leurs réponses.

Dans le semestre de printemps 2008, nous avons ainsi interrogé 6 binômes. Nous gardons les traces écrites, en distinguant ce qui a pu être écrit lors de la deuxième phase. Cette deuxième phase est pilotée par un certain nombre de relances (sous formes de questions additionnelles) prévues de façon différenciée dans notre analyse a priori du questionnaire. Par exemple, pour la question 3, nous prévoyons de demander aux étudiants ce qu'il diraient ou feraient faire à des élèves ayant donné ces réponses. Cette phase est filmée, puis retranscrite.

Nous ne disposons pas d'assez de place dans ce texte pour rendre compte du processus qui nous a conduit aux choix de nos questions, ni pour développer l'analyse que nous en avons faite et les travaux auxquels ces analyses font référence. Les questions se partagent entre les domaines du numérique et de la géométrie élémentaire et font références à des objets importants dans l'enseignement primaire de la plupart des pays. Par ailleurs, notre souci a été de ne pas systématiquement mettre les futurs enseignants du primaire en position d'infériorité par rapport aux étudiants de mathématiques. Dans ce sens, les questions 2 et 3, qui font référence à des pratiques typiques de l'enseignement primaire, mais sont éloignées des contenus de mathématiques enseignées dans le secondaire et le supérieur peuvent paraître assez « incongrues » à des étudiants de maîtrise de mathématiques, alors qu'elles font clairement référence à des objets de formation des instituteurs.

Nous en sommes actuellement à achever les retranscriptions et faire les analyses des résultats obtenus pour les 6 premiers binômes. Nous avons déjà modifié légèrement la formulation de certaines questions au vu des premiers entretiens (c'est cette deuxième version qui est donnée en annexe).

A ce jour, nous n'avons donc que peu de résultats et nous ne disposons pas non plus de suffisamment de place dans ce texte pour donner beaucoup de résultats. Dans ce qui suit nous ne donnerons donc que des résultats partiels qui ne portent que sur le premier groupe de questions. Lors du colloque de Dakar, nous espérons pouvoir apporter plus d'éléments.

Quelques éléments d'analyse sur le premier groupe de questions

Ce groupe de questions porte sur les nombres décimaux et réels et les écritures décimales, y compris illimitées. Ce champ a été l'objet de nombreux travaux de didactique des mathématiques. Nous nous sommes essentiellement appuyés sur les travaux suivants : (Bronner, 1997), (Brousseau, 1987), (Izorche, 1977), (Lê Thai Bao, 2007), (Margolinas, 1985 et 1988) et (Neyret, 1995).

Ces différents travaux ont permis de bien repérer les conceptions et difficultés non seulement des élèves mais aussi des enseignants. De plus, certains auteurs ont proposé des ingénieries didactiques ou de formation d'enseignants. Nous avons retenu ce thème car il se situe à la charnière entre le primaire et le secondaire et est sous-jacent à plusieurs questions de mathématiques de tous niveaux.

Nous nous focaliserons dans ce texte sur les questions B1 et B2, qui portent sur l'absence de prédécesseur dans les réels et les opérations avec les écritures décimales illimitées. Ce sont donc des connaissances qui dépassent ce qui est enseigné au primaire, mais qui sont abordées dans la plupart des formations didactiques d'instituteurs, dans la mesure où elles permettent de mieux comprendre le rôle des différents types de nombres.

La question B1 : « Quel est le nombre qui précède 4 ? » nécessite de préciser dans quel ensemble de nombres on se place. Dans l'ensemble des entiers naturels, la bonne réponse est 3 et ne pose pas de difficulté. Dans les décimaux, les rationnels ou les réels, la bonne réponse est « il n'y en a pas ». Bien sûr la réponse fausse attendue est $3,\overline{9}$ ou 3,9999 avec un certain nombre de 9 et éventuellement des points de suspension. Néanmoins, le rappel sur la notation de l'écriture décimale illimitée périodique de la question B2 risque fort de générer un retour sur la question B1 et un nombre majoritaire de réponses sous la forme $3,\overline{9}$. A priori, on s'attend à ce que majoritairement, les étudiants de maths répondent correctement, dans la mesure où c'est sûrement pour eux une connaissance assez fraîche et donc disponible alors que les futurs instituteurs risquent de donner plutôt la réponse $3,\overline{9}$, que la question suivante leur suggère implicitement. Il se peut aussi que la plupart de ceux-ci ne sachent pas que $3,\overline{9} = 4$. Nous ne cherchons toutefois pas à les piéger, mais à voir comment l'interaction peut se passer sur une question départageant assez clairement les deux populations. En particulier, nous prévoyons de demander à l'étudiant matheux de démontrer que $3,\overline{9} = 4$ et de voir comment il pourra ou non convaincre l'autre de l'absence de prédécesseur à 4. La question de la référence à l'ensemble des nombres peut être soulevée par l'un ou l'autre des étudiants.

La question B2 peut facilement conduire à la réponse fausse $1,\overline{4} + 3,\overline{7} = 5,\overline{1}$. Le piège fonctionne, si on ne raisonne qu'au niveau des écritures sans revenir à son sens. Ainsi, il n'est pas certain que ce ne soit pas, dans certains cas, l'étudiant de maths qui se fasse piéger, parce qu'il n'aura pas besoin de se poser la question de la signification de la notation qu'il croit bien connaître, alors que le futur instituteur qui (re)découvre une notation peu familière devra se réinterroger. Effectuer l'addition 1,44+3,77 = 5,21 (éventuellement avec plus de 4 et de 7) est un moyen de comprendre que la bonne réponse est $5,\overline{2}$. Encore faut-il comprendre ce que devient le 1 de la fin… C'est ce que nous prévoyons de proposer comme relance si nécessaire.

Nous allons maintenant examiner les réponses et les interactions d'un binôme assez représentatif. Il s'agit de Claire (future institutrice) et José (étudiant de maths).

A la question B1, José a répondu: « il n'existe pas » et Claire $3,\overline{9}$, mais l'observateur remarque qu'elle avait d'abord écrit 3,9998 et qu'elle a ensuite gommé. Il pose la question à Claire qui répond :
52. Claire : Ah oui mais c'est parce que je savais pas si.... ah c'est vrai... ah non après j'ai essayé d'écrire un neuf mais justement j'ai écrit un huit du coup je l'ai effacé mais je savais pas si la barre du périodique on pouvait la mettre sur deux chiffres ou bien... ça servirait à rien... ou sur un seul chiffre...ou deux chiffres... au début je voulais écrire trois-virgule-neuf-neuf-neuf avec le signe infini à la fin... enfin

C'est donc bien la question suivante (ceci est confirmé dans la suite) qui la conduite à utiliser la notation $3,\overline{9}$ avec laquelle elle n'est pas familière.

Interrogée sur ce qu'elle pense de la réponse de José, Claire répond :
60. Claire : Bah c'est pas un nombre fini donc du coup... si il dit que... il existe pas... de toute façon c'est un nombre qui est à l'infini...heu... du coup il peut pas y avoir de chiffre vraiment qui précède quatre vu que c'est infini mais si on me demande une réponse je réponds ça.

On voit donc que cette étudiante est gênée par le statut de ce nombre qu'elle dit être à l'infini, ce qui peut expliquer qu'il n'existe pas. Cependant, elle affirme que si on lui demande une réponse, elle continue de dire que $3,\overline{9}$ est le prédécesseur de 4. Une interprétation peut être que cette étudiante à une conception du nombre décimal comme un processus d'écriture. Ainsi, le processus qui consiste à rajouter un 9 à l'écriture 3,99999… peut être conçu comme infini et la conduit à produire une réponse qui ne peut être pour elle que la bonne. Selon la théorie APOS de Dubinsky (1991) (voir aussi Sfard, 1991), on peut dire que cette étudiante amalgame le nombre à son écriture, qu'elle conçoit dans l'action comme un processus d'écriture qu'elle n'a pas encore encapsulé pour créer le concept de nombre.

Interrogé par l'observateur José répond que $3,\overline{9} = 4$. Claire a un petit sourire et ajoute :
65. Claire : Dans l'absolu.... enfin du point de vue de mes connaissances heu trois-virgule-neuf à l'infini c'est trois-virgule-neuf quoi…enfin neuf-périodique c'est trois-virgule-neuf-périodique mais ça représente en tant que tel rien.. mais si on me demande ce qui précède quatre c'est ce que je réponds.

L'observateur demande alors à José s'il peut démontrer ce qu'il affirme. Celui-ci s'adresse alors directement à Claire, la convainc que ça revient au même que de démontrer que $0,\overline{9} = 1$. Puis il le démontre de façon classique en multipliant pas 10 et en résolvant l'équation $10x - x = 9$.

Claire, demande un éclaircissement de l'ordre du détail et acquiesce. Cependant elle rajoute :
82. Claire : Ah ouais ok...comme ça c'est plus... mais si on me demande une réponse moi je réponds ça… c'est juste ...ouais.... d'un point de vue... un exercice normalement .... je réponds comme ça…

Après un échange, elle confirme sa position :

92. Claire : bah si.... ouais je pense que si je suis amenée à répondre à cette question, je pense que si je m'en souviens je démontrerais la même chose.

Ce dont elle pense se souvenir, ce n'est pas de la démonstration de José, mais de la notation et la démonstration pour elle, c'est le fait que 3 virgule 9 à l'infini, qu'on peut noter avec la barre de la période, est le prédécesseur de 4.

La démonstration de José nécessite de pouvoir considérer le nombre indépendamment de son écriture comme un objet. C'est bien le concept de nombre qui est en jeu. Claire comprend cette démonstration, mais n’en voit pas l’impact sur sa vision du problème. Les deux étudiants sont sur des plans parallèles, qui ne se rencontrent pas. Pour Claire, il n’y a donc pas contradiction mais cohabitation de deux points de vue, celui du matheux et celui du sens commun en quelque sorte, qui reste le sien.

A la question B2, José a répondu 5, et dit qu’il a fait de tête, alors que Claire a répondu 5, . Elle a effectué sur son brouillon les deux additions 1,44+3,77=5,21 et 1,444+3,777=5,221. Voilà comment elle justifie ensuite sa réponse :
120. Claire : Ouais mais moi j'ai vérifié parce que avec les périodiques... enfin je suis pas sûre de moi justement avec l'infini.. c'est une notion que je pratique pas tous les jours… heu… du coup j'ai essayé de regarder... enfin quand on va vers l'infini y a le un du calcul et puis les deux ils sont avant, alors du coup j'ai eu cinq-virgule-deux-périodique, puisque le un il était pour moi au bout.. vers l'infini...

A la fin de sa justification, elle tend ostensiblement le bras en avant pour désigner le mouvement vers l’infini du 1 qui disparaît.

José reste silencieux pendant les explications de Claire. Pour lui comme 1,4+3,7=5,1, on a la même chose en rajoutant le mot périodique à la fin de chaque nombre ! Claire est sûre d’elle et n’adhère pas à la réponse de José, qui, lui, commence à avoir un doute. Claire rajoute alors :
130. Claire : Ouais mais le un en tant que tel il existe pas vu que y aura de toute façon le sept d'après enfin le sept et le quatre d'après l'infini.... alors le un il existe pas... y a juste les deux qui existent pour moi puisque de toutes façons c'est infini...je sais pas si c'est une vision très bonne de l'infini mais moi c'est comme ça que je le vois.

Il est net ici que José est au niveau des objets et que Claire est dans le processus. Ici toutefois, contrairement à précédemment, c’est Claire qui a le bon argument et finit par convaincre José.

Les réponses des 5 autres binômes ne sont pas toutes identiques. En particulier, à la question B2, les matheux ont souvent eu raison face aux futurs instituteurs, mais on peut dans la plupart des cas distinguer les réponses des deux populations par cette dualité processus/objet, qui nous semble être caractéristique d’une différence entre les deux types d’étudiants dans leurs conceptions des nombres. Ce qui est intéressant ici, ce sont les interactions que le dispositif permet de produire. Il resterait à voir comment sur la base de nos analyses, on pourrait penser une ingénierie de co-formation qui allierait enseignants du primaire et du secondaire.

Nous n’avons pas la place ici de développer plus avant les analyses des autres binômes et des autres questions. Comme nous l’avons dit plus haut, celles-ci sont encore en cours. Nous envisageons par ailleurs, non seulement d’interroger plus de binômes de ce type, mais aussi d’élargir à des enseignants en poste, jeunes ou confirmés, en croisant toujours primaire et secondaire.

Il s’agit pour nous de dégager, comme nous l’avons montré sur le petit exemple qui précède, des points où des différences significatives en termes de conceptions sur des objets mathématiques se dégagent. L’analyse de ces différences et de la façon dont elles s’expriment devraient nous permettre de mettre au point des ingénieries de formation visant à mettre en scène des activités mathématiques permettant une confrontation des deux types de populations. Notre hypothèse est que le travail conjoint des enseignants des deux types sur ce genre d’objets peut aider à une meilleure prise en compte dans leur enseignement des questions mathématiques. Ceci resterait bien sûr encore à prouver et risque de ne pouvoir être que de l’ordre de l’hypothèse fondée épistémologiquement, mais indémontrable expérimentalement. Il va sans dire que l’impact de ce dispositif sur la question de la désaffection est une question encore plus délicate. Néanmoins, il nous semble qu'un problème aussi complexe que celui de la désaffection des jeunes pour les études de mathématiques ne peu recevoir de réponse simple et nous espérons que le point de vue que nous avons adopté peut convaincre de sa pertinence, même si les effets restent hypothétique et à plusieurs niveaux.

Bibliographie

BRONNER, A. (1997) *Etude didactique des nombres réels*, thèse, Université Joseph Fourier – Grenoble I.

BROUSSEAU, G. & N : (1987) *Rationnels et Décimaux dans la scolarité obligatoire*, Document pour les enseignants et pour les formateurs, IREM de Bordeaux.

DUBINSKY, E. (1991) Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking, In: Tall, D. (ed), *Advanced Mathematical Thinking*, Dordrecht : Kluwer.

IZORCHE M. L. (1977) *Les réels en classe de seconde*, Mémoire de DEA, Université de Bordeaux 1.

JENSEN J.-H., NISS, M. & WEDEGE, T. (eds) (1998) *Justification and enrolment problems in education involving mathematics and physics*, Roskilde University Press.

KAHANE, J.-P. (ed.) (2002) *L'enseignement des sciences mathématiques, Rapport au Ministre de l'Education Nationale de la Commission de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques,* O.Jacob/Centre National de Documentation Pédagogique : Paris. http://smf.emath.fr/Enseignement/CommissionKahane/

LE THAI BAO, T.T. (2007) *Etude didactique des relations entre notions de limite et décimalisation des nombres réels dans un environnement « calculatrice »*, thèse de l'université Josph Fourier – Grenoble 1 et de L'université Pédagogique de Ho Chi Minh Ville.

MARGOLINAS, C. (1985) *Un bilan des connaissances sur les nombres après la classe de 4e, le nombre dans tous ses états*, Mémoire DEA, Université de Bordeaux I.

MARGOLINAS, C. (1988) Une étude sur les difficultés d'enseignement des nombres réels, *Petit x* **16**, 51 - 66.

NEYRET, R. (1995) *Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les instituts Universitaire de Formation des Maîtres*, thèse, Université Joseph Fourier – Grenoble I.

OURISSON, G. (2002) *Désaffection des étudiants pour les études scientifiques, Rapport de l'Académie des Sciences*, Paris : Ministère de l'Education Nationale.

PORCHET, M. (2003) *Rapport à l'attention du Ministre de l'Education Nationale sur les jeunes et les études scientifiques- Les raisons de la désaffection - un plan d'action*, Paris : Ministère de l'Education Nationale. www.u-bordeaux1.fr/Colloque-Sciences/RapportPorchet.pdf

ROLLAND, J.-M. (2006) *L'enseignement des disciplines scientifiques dans le primaire et le secondaire*, Paris : Rapport 3061 de l'Assemblée Nationale.

SFARD, A. (1991) On the dual nature of mathematical conception: reflections on processes and objects as different sides of the same coin, *Educational Studies in mathemtics* **22(1)**, 1-36.

SMITH, A. (2004) *Making athematics count, The Report of Professor Adrian Smith's Inquiry into Post-14 Mathematics Education*, London : The Stationary Office limited.

Annexe 1

Questionnaire « d'opinion » avec les % de réponses des étudiants de l'enquête.[25]

A) Voici quelques opinions sur les mathématiques en tant que savoir savant.

Pour chaque item , entourez :

2 *si vous êtes tout à fait d'accord*

1 *si vous êtes plutôt d'accord*

-1 *si vous n'êtes plutôt pas d'accord*

-2 *si vous n'êtes pas d'accord du tout*

	-2	**-1**	**+1**	**+2**	**- -**[26]	**+ +**[27]
1. Les mathématiques sont le royaume de l'abstraction.	4%	32 %	45 %	19 %	***2***	***42***
2. Les mathématiques sont la meilleure école de la rigueur.	10 %	27 %	50 %	13 %	***8***	***34***
3. Les mathématiques ne sont qu'un langage universel.	8%	48 %	36 %	8%	***6***	***20***
4. Le monde des mathématiques est un monde à part qui se suffit à lui-même.	37 %	45 %	17 %	1%	***26***	***6***
5. En mathématiques, il n'y a plus rien à découvrir.	75 %	23 %	2%	1%	***65***	***0***
6. Les mathématiques sont de plus en plus indispensables au monde moderne.	2%	15 %	51 %	32 %	***2***	***60***
7. Faire des mathématiques c'est être libre de toute contrainte politique ou sociale.	30 %	40 %	24 %	6%	***20***	***10***
8. Les mathématiques ne sont qu'une affaire de logique.	7%	33 %	41 %	19 %	***4***	***39***
9. Les mathématiques ne peuvent intéresser qu'une élite.	46 %	34 %	16 %	4%	***35***	***8***
10. Les mathématiques c'est un amas de relations techniques et de formules indépendantes de tout but et de tout usage.	40 %	36 %	21 %	3%	***20***	***7***
11. Les ordinateurs remplaceront bientôt les mathématiciens	38 %	34 %	25 %	4%	***20***	***11***
12. Les mathématiques ne sont pas une science car elles n'ont pas recours aux expériences.	65 %	32 %	2%	2%	***34***	***1***
13. L'essentiel c'est de comprendre le réel et de le modéliser. Les mathématiques ne sont qu'un outil une fois ce but atteint.	10 %	52 %	34 %	4%	***5***	***14***
14. Les mathématiques n'ont d'intérêt que par leur valeur historique dans le développement de l'humanité.	54 %	42 %	4%	1%	***35***	***0***
15. Les mathématiques sont la discipline par excellence où l'esprit peut faire le plus preuve d'imagination.	33 %	37 %	25 %	5%	***26***	***15***

[25] Le questionnaire original est plus aéré et écrit plus gros ! Nous l'avons réduit ici pour gagner de la place.
[26] Nombre de fois où cette opinion est citée comme une des trois avec lesquelles les étudiants sont le moins d'accord.
[27] Nombre de fois où cette opinion est citée comme une des trois avec lesquelles les étudiants sont le plus d'accord.

16. Les mathématiques constituent la seule discipline où l’on peut être sûr de ce que l’on dit, de ce qui est vrai et de ce qui est faux.	10 %	34 %	45 %	11 %	***7***	***36***

Indiquez les numéros des 3 opinions avec lesquelles vous êtes le plus en accord :

☐ ☐ ☐

Indiquez les numéros des 3 opinions avec lesquelles vous êtes le moins en accord :

☐ ☐ ☐

COMMENTAIRES :

B) Voici quelques opinions sur l'enseignement des mathématiques (à l'école primaire) :

Pour chaque item , entourez :

2 *si vous êtes tout à fait d'accord*

1 *si vous êtes plutôt d'accord*

-1 *si vous n'êtes plutôt pas d'accord*

-2 *si vous n'êtes pas d'accord du tout*

	-2	**-1**	**+1**	**+2**	**- -**[28]	**+ +**[29]
1. Savoir des mathématiques c'est avant tout connaître des formules.	14%	37%	42%	7%	***22***	***8***
2. Apprendre les mathématiques c'est avant tout résoudre des problèmes.	6%	29%	50%	15%	***16***	***14***
3. L'enseignement des mathématiques sert à développer le sens critique.	19%	36%	30%	15%	***32***	***12***
4. L'enseignement des mathématiques sert à développer l'esprit de recherche.	1%	15%	40%	44%	***3***	***39***
5. L'enseignement des mathématiques sert à avoir un esprit logique.	0%	8%	32%	60%	***2***	***67***
6. L'enseignement des mathématiques sert à être apte à suivre l'enseignement de la classe supérieure.	18%	27%	39%	16%	***37***	***10***
7. L'enseignement des mathématiques doit permettre de maîtriser le sens des opérations.	0%	3%	45%	52%	***1***	***40***
8. L'enseignement des mathématiques sert à développer l'esprit de rigueur.	5%	25%	47%	23%	***11***	***21***
9. L'enseignement des mathématiques sert à savoir justifier un résultat ou une démarche.	2%	13%	55%	30%	***2***	***34***
10. L'enseignement des mathématiques apprend à travailler avec les autres.	19%	46%	33%	2%	***46***	***2***
11. L'enseignement des mathématiques sert à apprendre le vocabulaire mathématique.	8%	34%	45%	13%	***21***	***7***
12. L'enseignement des mathématiques sert à acquérir des méthodes de travail.	5%	16%	55%	24%	***9***	***24***
13. L'enseignement des mathématiques sert à acquérir des automatismes.	3%	9%	65%	24%	***3***	***22***
14. L'enseignement des mathématiques sert à se débrouiller dans la vie.	21%	33%	38%	8%	***44***	***9***
15. L'enseignement des mathématiques a pour but essentiel de développer le goût des mathématiques.	33%	45%	22%	0%	***52***	***3***

Indiquez les numéros des 3 opinions avec lesquelles vous êtes le plus en accord :

☐ ☐ ☐

Indiquez les numéros des 3 opinions avec lesquelles vous êtes le moins en accord :

☐ ☐ ☐

[28] Nombre de fois où cette opinion est citée comme une des trois avec lesquelles les étudiants sont le moins d'accord.

[29] Nombre de fois où cette opinion est citée comme une des trois avec lesquelles les étudiants sont le plus d'accord.

COMMENTAIRES :

C) Voici quelques opinions sur comment il faut enseigner ou comment on apprend en général ou en mathématiques en particulier :

Pour chaque item , entourez :

2 *si vous êtes tout à fait d'accord*

1 *si vous êtes plutôt d'accord*

-1 *si vous n'êtes plutôt pas d'accord*

-2 *si vous n'êtes pas d'accord du tout*

	-2	-1	+1	+2	- - [30]	+ +[31]
1. Pour bien apprendre les mathématiques il suffit de les voir se faire et de reproduire.	62%	26%	11%	1%	***80***	***1***
2. L'analyse des erreurs de l'apprenant est une voie privilégiée pour comprendre son mode de connaissance.	3%	15%	48%	34%	***5***	***30***
3. L'erreur peut être considérée comme constitutive de l'apprentissage des mathématiques.	3%	5%	42%	50%	***2***	***46***
4. Pour comprendre la manière dont les apprenants construisent leurs connaissances, le mieux, c'est de les observer.	5%	29%	45%	21%	***8***	***10***
5. L'histoire des mathématiques peut nous aider à comprendre la manière dont un individu construit ses connaissances mathématiques.	20%	40%	31%	9%	***29***	***9***
6. Plus l'apprentissage est difficile, plus il faut simplifier, décomposer, pour le faciliter.	2%	7%	39%	52%	***2***	***45***
7. Un bon enseignant doit veiller à rectifier les erreurs des élèves dès qu'elles apparaissent.	5%	12%	49%	35%	***7***	***24***
8. On ne peut rien faire pour un élève qui n'a pas la bosse des maths.	75%	19%	4%	2%	***87***	***1***
9. La construction des connaissances est un phénomène essentiellement individuel.	17%	43%	31%	9%	***26***	***9***
10. L'apprentissage le plus performant est l'apprentissage par les méthodes actives.	4%	18%	60%	18%	***4***	***10***
11. En matière de construction des connaissances, on ne peut qu'émettre des hypothèses jamais vérifiables sur la manière dont un individu apprend.	7%	55%	32%	5%	***13***	***10***
12. L'important dans l'enseignement des mathématiques c'est le raisonnement.	1%	5%	42%	53%	***2***	***46***
13. Dans l'enseignement des mathématiques, il faut avant tout insister pour que les élèves apprennent leurs formules et leur cours.	13%	44%	35%	8%	***26***	***4***
14. Dans l'enseignement des mathématiques, il faut privilégier avant tout les actions qui donnent sens aux concepts à acquérir.	1%	9%	55%	35%	***1***	***25***
15. Dans l'enseignement des mathématiques, il faut avant tout faire faire plusieurs exercices sur le même moule	4%	10%	47%	39%	***5***	***31***

[30] Nombre de fois où cette opinion est citée comme une des trois avec lesquelles les étudiants sont le moins d'accord.

[31] Nombre de fois où cette opinion est citée comme une des trois avec lesquelles les étudiants sont le plus d'accord.

pour faire « rentrer » les techniques.						
16. Dans l'enseignement des mathématiques, il faut toujours partir de problèmes concrets.	8%	30%	48%	14%	***14***	***10***

Indiquez les numéros des 3 opinions avec lesquelles vous êtes le plus en accord :

☐ ☐ ☐

Indiquez les numéros des 3 opinions avec lesquelles vous êtes le moins en accord :

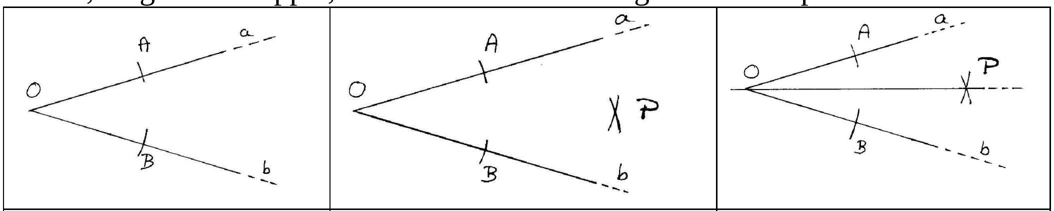
☐ ☐ ☐

Questionnaire proposé aux binômes[32]

Merci de bien vouloir répondre aux questions qui suivent. Notre but n'est pas de vous évaluer, mais de recueillir des informations qui vont nous servir pour une recherche.
Ne vous censurez pas, écrivez tout ce que vous voulez (si nécessaire utilisez le dos des feuilles), n'effacez pas, si ***vous devez tracer, faites-le de façon « lisible ».***

Questions 1
A1) Quels sont les nombres compris entre 2,13 et 2,23 ?
A2) Donnez le meilleur encadrement possible avec deux chiffres après la virgule : …………..< 0,007 < ……......
A3) Donnez le meilleur encadrement possible avec quatre chiffres après la virgule : …..... < 4,01 < ……
B1) Quel est le nombre qui précède 4 (juste avant 4) ?
B2) Quel est le résultat de l'opération : $1,\overline{4} + 3,\overline{7}$ = …….
N.B. la notation $1,\overline{4}$ signifie 1,444… , il y a une infinité de 4 après la virgule

Questions 2
Voici, en guise de rappel, une construction à la règle et au compas de la bissectrice d'un angle :



Etape 1	Etape 2	Etape 3

Cette construction aura sans doute ravivé en vous quelques souvenirs de géométrie élémentaire. Nous mettons maintenant à votre disposition du papier, un crayon, une règle et un compas pour effectuer deux constructions que nous vous demandons de faire.
1. Construisez s'il vous plaît la bissectrice d'un angle plat.
2. Construisez s'il vous plaît la perpendiculaire d'un point A à une droite d.
3. Ces rappels vous auront éventuellement suggéré une autre construction géométrique. Si oui, veuillez nous dire laquelle.
Commentaires éventuels :

Questions 3
Voici deux réponses d'élèves effectivement observées. Qu'en pensez vous ?

1)

$$\begin{array}{r} 24 \\ \underline{\times 53} \\ 72 \\ \underline{120} \\ 192 \end{array}$$

2)

$$\begin{array}{ll} 117 & \\ + 18 & \\ \underline{+ 2} & 497 \end{array}$$

[32] Le questionnaire original est plus aéré, comprend des espace spour répondre sur la feuille et est écrit plus gros ! Nous l'avons réduit ici pour gagner de la place.

Notez ici vos commentaires sans vous contraindre à une rédaction soignée :

Questions 4

1. Si quelqu'un vous demande la valeur de π, que lui répondez-vous ?
2. Quelles sont pour vous les trois idées les plus importantes à savoir sur π ?

Séance 3 : Jeudi 9 avril 15h00 à 16h00 Le point sur la désaffection

Sous-thème 1 : Crise de l'enseignement des mathématiques dans différents pays de l'Espace Mathématique Francophone : Réalité ou fantasme ?

FEMME, SCIENCE ET DEVELOPPEMENT

La sous représentation des filles dans les filières scientifiques et techniques au Sénégal

Rufina DABO SARR

Présidente Fondatrice de l'AFSTech/Sénégal, Professeur de SVT,

Chercheure en sciences de l'éducation, Ministère de l'Education, DPRE/BEA

Résumé : Le Sénégal met en œuvre le Programme Décennal de l'Education et de la Formation (PDEF) qui entre dans sa phase 3. L'enseignement des sciences figure en bonne place dans la lettre de politique générale de 2009. Dans ce contexte de la faiblesse des effectifs dans les filières scientifiques, l'EMF nous donne l'opportunité de réfléchir sur cette question. Cette communication se décline en 4 points : I - Le système éducatif II - L'enseignement/apprentissage des sciences et de la technologie III - La part des filles IV - Les causes de la désaffection des filières scientifiques et techniques

---

La désaffection des filières scientifiques au Sénégal prend des proportions de plus en plus inquiétantes. La situation des filles au niveau scolaire et universitaire est préoccupante. Au Sénégal, comme dans la plupart des pays du sud, l'éducation est au cœur de la politique de développement. Ce texte nous donne l'occasion de nous pencher sur cette problématique pour aider à trouver des solutions idoines à la sous représentativité des filles dans le domaine des sciences.

La longue marche de l'humanité est jalonnée de découvertes scientifiques qui ont complètement bouleversé la face du monde et le mode de vie des hommes. Depuis des millénaires, le génie humain ne cesse de mettre au point des instruments et des procédés qui assurent des progrès spectaculaires dans les domaines de la biologie, la physique-chimie, la médecine, la pharmacie, etc. L'ère de l'industrialisation (XVIII^{e} & XIX^{e} siècles) a été précédée de travaux décisifs dont les résultats ont impulsé le modernisme avec l'invention de diverses machines, de l'écriture, de germes pathogènes, de vaccins pour ne citer que ceux-là. Les auteurs d'inventions tels que Gutenberg, Léonard de Vinci, Pierre et Marie Curie, Pasteur ont marqué d'une empreinte indélébile le monde de l'invention.

Ces progrès continuent à l'heure actuelle et les découvertes sont de plus en plus pointues avec l'avènement des TIC. Le III^{e} millénaire consacre la place des sciences dans le processus de développement de l'humanité. Dans ce monde où la science occupe une place stratégique, on constate un rejet des sciences chez les jeunes et surtout chez les filles aussi bien au Sénégal que dans le monde. Comment s'engager sur le chemin du développement durable sans assurer une formation en sciences et en technologie pour les ressources humaines de nos pays ?

Le présent article aborde la question de la sous représentation des filles en mathématiques et sciences à travers le prisme de l'éducation et de la formation. Il se décline en quatre points essentiels : I - Le système éducatif II - L'enseignement/apprentissage des sciences et de la technologie III - La part des filles IV - Les causes de la désaffection des filières scientifiques et techniques

I - Le système éducatif sénégalais

La demande potentielle d'éducation, dans les secteurs éducatifs formel et non formel, concerne aussi bien les adultes que les jeunes. Elle est prise en charge à deux niveaux essentiellement. Le secteur non formel pour les plus de 15 ans, non scolarisé ou déscolarisés. Le secteur formel qui se trouve être le système éducatif officiel. Il comporte le public et le privé laïc ou confessionnel. Il est subdivisé en niveaux :

- Préscolaire : case des Tout-petits, petite, moyenne et grande section, de 2 à 6 ans
- Primaire : du CI au CM2, de 7 à 12 ans
- Moyen : de la 6^e à la 3^e avec un examen final, le Brevet de Fin d'études Moyennes (BFEM), de 13 à 16 ans
- Secondaire : de la seconde à la terminale, sanctionné par un examen final, le baccalauréat, de 17 à 19 ans. C'est dans cet ordre d'enseignement qu'interviennent les orientations par série (littéraires, scientifiques, techniques). Il comporte l'enseignement général et technique.
- Post-secondaire (université ou instituts supérieurs) avec un 1^{er} cycle de 4 ans (1^{re} année, maîtrise) un 2^{nd}, un 3^e cycle, puis le doctorat. Le système LMD s'installe progressivement.

Ce qui nous intéresse le plus c'est la situation des filles dans les séries scientifiques au niveau des lycées et les universités. Pour avoir plus d'informations sur la question des disparités entre filles et garçons dans le domaine des sciences et de la technologie, nous avons choisi d'examiner la tendance évolutive des effectifs dans tous les ordres d'enseignement.

Le développement intégré de la petite enfance porté par l'ANCTP et la DEPS affiche un pourcentage de 52,39 % de filles en 2007.

Au niveau primaire, à la même période, 50,8 % de filles sont inscrites au CI. L'indice de parité de 1,02 en 2007, est en faveur des filles.

Le TBS de 89,20 % dépasse celui des garçons de près de 7 points de pourcentage. Il est de 82,98 %. Le taux d'achèvement pour les filles s'élève à 54,87 % avec un pourcentage de 25,5 % de réussite au CFEE.

A l'analyse, on se rend compte que les filles sont plus représentées au préscolaire et au primaire. Il se pose aujourd'hui dans certaines localités (Podor, au nord du Sénégal) un problème de scolarisation des garçons. C'est au niveau du moyen que le nombre de filles commence à baisser comme l'indiquent les chiffres ci-dessous. Dans le moyen, la participation des filles est de 44,13 % en 2007 pour un TBS de 32,89 %, l'indice de parité fille/garçon étant de 0,85. Les filles commencent à être sous représentées.

Dans les séries scientifiques, la situation devient de plus en plus inquiétante. Les filles sont très minoritaires. Au niveau secondaire 30,8 % des filles sont inscrites dans les séries scientifiques en 2007 contre 42 % de garçons. Pour ce qui est du taux de réussite au baccalauréat, les données non ventilées par sexe ne permettent pas de connaître la part des filles. Au total, 48,6 % des élèves sont admis à la session de 2007.

II - L'enseignement/apprentissage des sciences et de la technologie

«La science et la technologie sont de puissants moyens permettant à l'être humain de comprendre et de transformer le monde… Elles jouent un rôle important dans *l'économie*

globale, le développement de la culture et de la société et même dans le changement des modèles internationaux.» (Weiwen WU[33]). «*La science confère puissance et pouvoir. Aussi croit-on qu'elle est détenue par les sociétés riches et puissantes du Nord au détriment de celles du sud*». (Abdoulaye SAMB, p.53).

Ces passages prononcés lors du Symposium International de Dakar, organisé par la Fédération Mondiale des Travailleurs Scientifiques (FMTS) et le SUDES (Syndicat Unique des Enseignants du Sénégal) montre l'importance des sciences pour l'humanité. La peste des temps modernes, c'est l'ignorance scientifique.

Il est établi aujourd'hui que la science et technologie occupent une place de choix dans le processus de développement durable. Elles offrent des solutions à de nombreux problèmes sociaux, environnementaux, économiques, etc.

En préfaçant le document final de la Conférence mondiale sur la science tenue à Budapest en Hongrie, du 26 juin au 1er juillet 1999, sous l'égide de l'UNESCO, Fédérico Mayor, l'ancien Directeur de l'UNESCO souligne que «*La science est la propriété de tous*». *Selon le même auteur, « il n'y a pas de développement économiquement efficace, socialement équitable, écologiquement prudent, sans un débat collectif autour de la science »*.

Il poursuit, en substance : il n'y aura pas de mondialisation à visage humain sans la volonté de tous de faire de la science une valeur de partage et de solidarité au bénéfice de tous les peuples. Fédérico Mayor, confirme ainsi l'option de la Déclaration sur la science et l'utilisation du savoir en son paragraphe 8 de l'annexe I de la Conférence de Budapest.

Les pays du Nord sont nettement plus avancés que les pays du Sud en termes de science et technique. L'écart économique séparant les pays en développement de ceux du Nord est à la dimension de l'écart en matière de science et de technologie. L'ordre scientifique international s'imbrique dans l'ordre économique et vice-versa. (Amal Berrada et al[34], 1992). Les stratégies de développement doivent être centrées sur la réduction de la fracture scientifique et technologique entre le nord et le sud afin d'instaurer un nouvel ordre scientifique et technique mondial équilibré.

Pour obtenir des scientifiques de haut niveau afin d'assurer un développement économique satisfaisant, l'enseignement des sciences et de la technologie doit bénéficier d'une promotion à la mesure de l'acuité de cette question.

Selon la communauté éducative au niveau international, l'enseignement des sciences enregistre de moins en moins d'élèves, d'étudiants et d'enseignants. Dans le dossier « Sciences à l'école » paru dans le « Monde de l'éducation » (2002) sur la crise de l'enseignement des sciences en France, il est indiqué que « Jamais la science n'a autant gouverné notre quotidien. Jamais elle n'a suscité un tel désaveu de la part des étudiants. Au fil des ans, certaines filières universitaires se vident dangereusement… La modification des programmes de mathématiques ou de physique n'apporte pas de résultat quant à l'amélioration de la situation. La chute continue ». Dans le même magazine le prix Nobel, Georges Charpak, Père de la méthode « La main à la pâte » fait remarquer que **« l'engouement ne pourra provenir que d'une approche totalement repensée des sciences »** (page 25).

Cette situation est confirmée par des études telles que celle de R. Boyer et A. Tiberghien[35] sur les opinions de professeurs et d'élèves en Europe à propos de l'enseignement des sciences au lycée

[33] Pour un nouvel ordre scientifique et technique mondial, 1992, p.62
[34] Symposium Fédération mondial des travailleurs scientifiques, p.51
[35] Bulletin de l'Union des physiciens n° 712, mars 1989

et celle dirigée par John Miller depuis 1988 aux Etats-Unis sur des milliers d'étudiants concernant leur attitude par rapport aux sciences.

L'Association Internationale pour l'Evaluation du rendement scolaire (AIE) réalise des tests internationaux sur les connaissances des élèves en sciences et en mathématiques. Certains résultats ont montré que les élèves de Singapour, Chine, Japon, Corée du Sud ou les 4 dragons en Asie et de l'Europe de l'Est sont plus performants que les français et les belges francophones. Ce phénomène est d'autant plus curieux que les enjeux économiques, politiques et sociaux, le développement humain et l'avenir de notre planète sont basés sur les sciences. Les scores des élèves dans les disciplines scientifiques montrent que leur niveau de performances en science est extrêmement bas dans certains pays africains comme le montre le tableau ci-dessous.

Le Sénégal, par rapport aux autres pays « concurrents », ne s'en tire pas à bon compte avec de très faibles performances en arithmétiques (dernier avec 29 points), mesures (2^e avant dernier avec 39 points) et géométrie (avant dernier avec 38 points). Cette situation nous invite à nous interroger sur la qualité de l'enseignement/apprentissage des sciences au niveau du primaire. L'acquisition des connaissances est-elle effective ? Les méthodes pédagogiques utilisées sont-elles adaptées ?

	Lecture et écriture Score sur 100 points				Mathématique Score sur 100 points			Vie courante Score sur 100 points		
	Vocabulaire	Compréhension	Grammaire	Ecriture	Arithmétique	Mesure	Géométrie	Santé	Civisme Environnement	Compétences pratiques
Botswana	70	53	49	27	53	39	54	54	69	49
Madagascar	53	72	48	56	49	32	43	80	72	76
Malawi	54	37	35	23	42	43	47	78	80	70
Mali	85	57	44	45	34	50	48	56	58	56
Maroc	77	99	66	58	47	56	71	62	65	57
Maurice	86	68	57	49	61	52	61	56	66	55
Niger	81	51	43	33	36	43	46	46	49	49
Sénégal	**75**	**48**	**49**	**36**	**29**	**39**	**38**	**48**	**48**	**41**
Tunisie	75	81	76	78	63	55	70	70	80	72
Ouganda	80	60	59	45	49	48	53	68	66	64
Zambie	72	45	49	28	36	35	37	52	52	48

Tableau : résultats MLA

Source : V. Chinapah, et al. With africa for africa. Towards quality education for all. Draft Regional (Report EFA 2000 Assessment MLA Project 1999)

Cette situation interpelle les gouvernements, les entreprises, les acteurs des secteurs privés et publics, les associations d'enseignants, les autorités chargées de l'éducation et tous les acteurs de la communauté éducative afin qu'elles accordent une attention particulière à ce secteur-clé du développement que représente l'enseignement des sciences.

Vu la faible représentation des filles et des femmes en sciences et techniques, des programmes prioritaires spécifiques à leur éducation en sciences ont été initiés et mis en œuvre par des associations travaillant sur l'éducation. C'est dans la même lancée que l'Académie Africaine des Sciences (AAS) de l'Association pour le développement de l'éducation en Afrique (ADEA) et le groupe de travail sur la participation des femmes à l'éducation en Afrique a monté un programme de recherche, le Programme « Priorités sur l'éducation des filles et des femmes en Afrique », qui comporte un volet éducation scientifique des filles confié à l'ONG FAWE**.** Cette activité a abouti au Projet FEMSA (Female education in mathematics and sciences in Africa) mis en œuvre dans 11 pays africains dont le Sénégal entre 1996 et 2001.

La Conférence mondiale sur la science à Budapest, en 1999, ainsi que le Congrès africain pour l'éducation scientifique des filles en Afrique de Lusaka, en 2001, rencontres organisées par l'UNESCO, se sont largement préoccupés du sort de la femme dans le domaine des sciences. Si on se réfère plus particulièrement au Congrès africain sur l'éducation scientifique des filles de Lusaka, on remarque que la Déclaration finale appelée « engagement collectif » reconnaît l'importance des sciences, des mathématiques et de la technologie pour le développement durable et la réduction de la pauvreté et prône aussi l'implication des femmes dans le développement scientifique et technologique. Les participants à ce Congrès réitèrent les recommandations faites lors de la Conférence de Budapest et lors du Forum mondial sur l'Education pour tous à Dakar en 2000, à savoir : *« promouvoir, au sein du système éducatif, l'accès des jeunes filles et des femmes à l'enseignement scientifique à tous les niveaux»*. Par ailleurs, le Congrès souligne l'importance de la Déclaration du Forum africain sur Femmes, Sciences et Technologie de Ouagadougou, en 1999 : *« Tout en reconnaissant les progrès accomplis par plusieurs pays pour promouvoir la participation des jeunes filles et des femmes à l'éducation, nous sommes inquiets de constater, qu'en 2001, la participation des jeunes filles et des femmes à l'éducation des sciences, des mathématiques et de la technologie est encore faible, nécessitant une intervention urgente. »*

C'est dans ce contexte morose que la problématique de la sous représentation des filles se pose.

III - La part des filles

Comme nous l'avons vu plus haut, les filles sont minoritaires dans l'enseignement secondaire où le TBS est de 13 %. Elles représentent 29,5 % dans les filières scientifiques.

Part des nouveaux en seconde, inscrits dans les séries scientifiques en 2008

IA	Garçons	Filles	Total
Dakar	51,2%	38,8%	45,4%
Diourbel	27,6%	16,5%	23,6%
Fatick	36,2%	24,7%	31,5%
Kaolack	44,4%	26,1%	37,8%
Kolda	21,5%	13,4%	19,5%
Louga	39,5%	26,3%	33,9%
Matam	34,8%	22,1%	30,0%
St Louis	35,1%	23,5%	30,4%
Tamba	35,5%	27,0%	33,0%
Thiès	48,9%	33,8%	42,2%

Ziguinchor	20,8%	11,4%	17,3%
Sénégal	**39,6%**	**29,5%**	**35,4%**

Source : Rapport national sur la situation de l'éducation

Au lycée de jeunes filles ou lycée Kennedy de Dakar, à la rentrée 2002, seulement 25 filles étaient inscrites en première S1, alors que la moyenne nationale tourne autour de 50 élèves dans les classes d'établissements publics. Les premières S2 totalisaient 185 élèves et les terminales S1, 11 seulement.

La Maison d'Education Mariama BA de Gorée (MEMB) de Dakar, réservée elle aussi aux filles, connaît les mêmes problèmes que le lycée Kennedy. La terminale S1 comptait 4 filles dont 2 de MEMB et 2 recrutées dans d'autres établissements par test, et la terminale S2 à la même période, n'en comptait que 3 (ME/DPRE)[36].

La communication de Mme Fagueye NDIAYE SYLLA, Inspectrice de spécialité, en mathématiques, lors des journées nationales mathématiques (27/28 novembre 2008) à l'UCAD II, décrit une situation encore plus alarmante à l'Université Cheikh Anta DIOP de Dakar.

Taux de réussite des étudiantes en Licence de Mathématiques à l'UCAD

- De 1980 à 1987, 13 étudiantes contre 144 étudiants ont obtenu la licence de Maths à l'UCAD, soit un taux de réussite de 08,3 %.
- De 1990 à 1999, l'année 1994 étant invalide, 24 étudiantes contre 374 étudiants ont eu la licence de mathématiques, soit un taux de réussite de 6,4 %.
- 6 étudiantes contre 209 étudiants ont eu la licence de 2002 à 2008, soit un taux réussite de 2,9 %.

Taux de réussite des étudiantes en Maîtrise de Mathématiques

- 8 étudiantes contre 67 étudiants ont la maîtrise de 1980 à 1987 ; elles représentent 10,66 % des réussites.
- 10 étudiantes contre 210 étudiants ont eu la maîtrise de 1990 à 1999 ; soit 4,54 % des réussites.
- 8 étudiantes contre 126 étudiants ont eu la maîtrise de 2002 à 2008, soit à peu prés 6 % de réussite.

Les données ci-dessus illustrent on ne peut plus clairement la situation peu enviable des filles et des femmes dans les filières scientifiques au Sénégal. Elles sont très peu nombreuses. De même la représentativité des enseignantes dans ce domaine est très faible.

IV - Les causes de la désaffection des filières scientifiques et techniques

Nous commençons par un commentaire fort éloquent sur les statistiques officielles du ME (Rapport national sur la situation de l'éducation, 2007, p. 77) : *« … les élèves sont moins attirés par les séries scientifiques. Sur l'ensemble des nouveaux inscrits en seconde, seuls 37,5 % fréquentent les séries scientifiques en 2007 contre 36,5 % en 2006. Les garçons avec (42 %) s'orientent plus que les filles (30,8 %) vers ces séries. Dans les régions, la plus forte proportion*

[36] Ministère de l'éducation/Direction de la Réforme et de la Planification

d'élèves orientés dans les séries scientifiques est enregistrée à Dakar, Diourbel et Thiès et la plus faible à Kolda qui occupait également la dernière place en 2006 ».

Le tableau ci-dessus fait état d'une baisse de 2,1 points de pourcentage en 2008 (35,4 %) par rapport à 2007 (37,5 %). Une analyse plus fine pendant une période de 10 ans par exemple pourrait donner la tendance évolutive pour confirmer les constats de désaffection des filières scientifiques et techniques faits dans le système éducatif au Sénégal. Les jeunes filles sont les plus défavorisées.

Comment expliquer la désaffection des séries scientifiques par les jeunes et surtout les filles ?

La socialisation de l'individu passe par diverses étapes depuis la famille. Garçon ou fille, l'homme est plongé tour à tour et concomitamment dans un bain socioculturel, un moule sociologique qui va forger sa personnalité. De nombreuses croyances religieuses et pesanteurs culturelles interfèrent pour formater l'individu. Parmi celles-là nous avons des stéréotypes sexistes.

Diverses causes peuvent être convoquées pour expliquer la sous représentation des filles dans les filières scientifiques. Il y a des facteurs intra et extra scolaires. Les premiers sont relatifs aux programmes et aux manuels, aux méthodes d'enseignement/apprentissage, d'évaluation et à l'attitude des acteurs internes de l'éducation tels que : enseignants, encadreurs ou pairs. Les autres sont liés à l'environnement familial et social tels que l'attitude des parents, des collatéraux, des voisins, de la société. En toile de fond nous avons les clichés, les stéréotypes qui pèsent beaucoup sur la balance.

Selon le CERI[37], la crise de recrutement scientifique s'expliquerait par l'inadaptation d'un enseignement abstrait sans passerelles avec les réalités quotidiennes des élèves et l'inertie des systèmes éducatifs. Nous pouvons dès lors suggérer des approches pédagogiques novatrices, innovantes et motivantes pour permettre aux apprenants et à l'encadrement des enseignants, de donner du sens et de l'intérêt à leur apprentissage.

Dans certains milieux enseignants et estudiantins, certains parlent de la « la bosse des mathématiques » pour expliquer les bonnes performances des apprenants. Est-ce une prédisposition génétique ? Cette fameuse bosse la trouve-t-on chez les filles ? En tous les cas dans l'imagerie populaire, les filles ne sont pas faites pour les mathématiques. Aucune recherche « sérieuse » n'a montré l'existence de sexe pour le cerveau. Ce prodigieux organe qui permet au génie humain de réaliser bien des découvertes est asexué. Voir « Hommes, femmes, avons-nous le même cerveau (Vidal C., 2007)

Pour apporter un éclairage, nous évoquons des travaux en sociologie. Duru-Bellat M., par exemple, a beaucoup travaillé sur les inégalités sociales et les inégalités de sexe au sein de l'éducation et de la socialisation. Les disparités d'ordre sociologique et celles liées au sexe, dans l'environnement scolaire, ont quelques causes communes telles que les stéréotypes et les clichés.

Les travaux de Baudelot C. et Establet R. en parlent notamment dans les essais « Quoi de neuf chez les filles ? Entre stéréotypes et libertés » et « Allez les filles » parus respectivement en 2007 et 2006. La présentation de l'essai « Quoi de neuf… » révèle ceci : « Il est vif, elle est mignonne. Cela commence dès le berceau... et ne s'arrête plus. Aux garçons le bleu, les pirates, les combats, le charmant désordre. Aux filles, le rosé, les loisirs d'intérieur et les cahiers bien tenus. En 1973, dans un ouvrage au retentissement mondial - *Du côte des petites filles* -, Gianini Belotti analysait les attitudes et les attentes des parents comme de la société à l'égard des filles et des garçons. Et

[37] Center for Educational Research and Innovation de l'OCDE (Organisation de Coopération et de développement Economique

pointait du doigt les **stéréotypes** sexistes et les conditionnements qui, dès la petite enfance, préparent les petites filles à leur future place dans la société, à l'ombre du sexe fort ».

Un autre passage dans « Allez les filles » des mêmes auteurs : « De la maternelle à la fac, les filles sont les meilleures. Et ce, partout dans le monde. Mais sur le marché du travail, elles ne sont ni les premières ni les mieux payées. Pourquoi un tel gâchis de compétences ? » Après plusieurs années d'enquête, les auteurs démontrent que si l'instruction des femmes a progressé en un siècle, la famille et les entreprises ralentissent insidieusement leur percée : filières et débouchés verrouillés, préjugés culturels… Au final, les filles accumulent un meilleur capital, les garçons gèrent mieux leurs acquis. Il suffirait d'un petit effort pour que la situation change. Allez les filles !

Les lignes ci-dessus illustrent bien le poids des préjugés et des stéréotypes sur le « chemin » des filles dans la vie, dans tous les secteurs socio-économiques. Les sciences également constituent un domaine où la discrimination contre les filles est présente et perdure.

Conclusion

Dans un contexte de mondialisation, marqué par des défis majeurs de développement, il est souhaitable que toutes les ressources humaines, filles comme garçons, prennent part à la promotion des sciences afin de trouver des solutions idoines aux problèmes liées à la pauvreté, à la santé, à la faim, à l'éducation pour ne citer que ces domaines-là.

Commençons d'abord par l'attitude des parents. L'éducation à la prime enfance reproduit les stéréotypes sexistes qui, très tôt, installent inconsciemment dans la tête de la fille une infériorité par rapport au garçon. Puis, c'est au tour de l'école de mettre la fille dans un moule éducationnel avec une discrimination qui ne lui permet pas de s'épanouir et d'utiliser à fond toutes ses capacités intellectuelles. Les méthodes pédagogiques marginalisent et découragent les filles. Concernant les sciences en général et les mathématiques en particulier, il est aujourd'hui établi que les filles ne sont pas si faibles ; par contre elles sont sous représentées dans ces études et dans le monde professionnel.

C'est pourquoi les propositions suivantes sont faites dans le sens de l'augmentation des effectifs des filles dans les filières scientifiques au niveau des pays confrontés à la sous représentation des filles dans les filières mathématiques et scientifiques par l'AFSTech/Sénégal (Association des femmes pour la promotion des sciences et de la technologie eu Sénégal) :

- éliminer les stéréotypes sexistes et toutes les discriminations à l'égard des filles et des femmes
- asseoir une claire volonté politique, inclusive, pour le développement du secteur des sciences et la promotion des femmes dans ce secteur
- créer un observatoire genre fonctionnel et dynamique
- susciter une veille constante pour l'application des instruments internationaux et nationaux en termes de promotion de la femme
- améliorer l'enseignement/apprentissage des sciences et des mathématiques
- augmenter les effectifs des filles dans les filières scientifiques et techniques par des mesures incitatives
- promouvoir les femmes-modèles dans le domaine
- faire une campagne de plaidoyer, de sensibilisation à la mesure de la gravité de la question
- réduire les disparités dans le monde scolaire, universitaire et du travail

- introduire les stratégies relatives à l'approche genre dans tous les secteurs
- institutionnaliser le gender budgeting (Budget qui tient compte du genre) dans toutes les structures étatiques, dans tous les ministères et dans la société
- créer des lycées scientifiques de jeunes filles
- installer les laboratoires dans les milieux d'apprentissage des sciences
- renforcer les équipements scientifiques des laboratoires
- organiser des olympiades, concours avec des trophées sciences et techniques
- offrir des bourses et subventions aux jeunes au collège, au lycée et à l'université
- ouvrir les postes de décision aux femmes scientifiques dans le système éducatif et dans le gouvernement
- renforcer les capacités des enseignants en genre dans tous les domaines scientifiques et techniques

Nous osons espérer que ces quelques mesures pourraient à terme améliorer la situation minoritaire des filles dans le domaine des sciences et particulièrement en mathématique.

Bibliographie

Rapport national sur la situation de l'éducation (Ministère de l'éducation, 2007 ; 2008)

Mémoire DEA (facteurs favorables et obstacles à l'accès, au maintien et à l'achèvement des études scientifiques chez les filles au Sénégal, 2005) présenté par Rufina DABO SARR, Chaire UNESCO des sciences de l'éducation

Télérecherche (Sites internet)

Liste des abréviations

ANCTP	Agence nationale de la Case des Tout petits
BFEM	Brevet de Fin d'études moyennes
CFEE	Certificat de Fin d'études élémentaires
CI	Cours d'initiation
CM2	Cours moyen 2ème année
DEPS	Direction de l'enseignement préscolaire
FASTEF	Faculté des sciences et techniques de l'éducation et de la formation
LMD	Licence, Master, Doctorat
TBS	Taux brut de scolarisation
TIC	Technologie d'information et de communication
UCAD	Université Cheikh Anta DIOP

Tentative de synthèse du travail mené au sein du groupe

1. La réalité des désaffections

Ce qu’on sait au niveau des études internationales ne permet pas de parler de manière univoque de désaffection. En effet, au niveau quantitatif existent à la fois une variabilité des effectifs étudiants en mathématiques selon les pays et une variabilité des effectifs étudiants en mathématiques selon les périodes pour un même pays. C’est, par exemple, ce que souligne l’étude publiée dans le n° 40/1 du 15 janvier 2009 de l’International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. Au plan qualitatif, à notre connaissance, il n’existe que peu de travaux évaluant le désintérêt ou l’intérêt des élèves pour les mathématiques. Mentionnons une étude récente, menée dans le cadre français d’EVAPM auprès de 4000 collégiens de 6^{e} et 5^{e} (élèves de 11 ans à 13 ans), qui indique qu’environ 50 % d’entre eux sont « heureux quand ils cherchent un problème », environ 90 % sont « heureux quand ils trouvent la solution d’un problème » et environ 70 % déclarent « aimer les mathématiques ». Néanmoins, si on croise cette étude, qui montre par ailleurs que ces pourcentages positifs décroissent entre la classe de 6^{e} (élèves de 11 à 12 ans) et celle de 5^{e} (élèves de 12 à 13 ans), avec l’étude d’Establet sur les lycéens (élèves de 15 à 18 ans), on pourrait inférer un intérêt chez les collégiens qui se transforme en désamour croissant au fur et à mesure de la progression dans le cursus. Une opinion semble relativement partagée, mais elle demande vérification : dans leur majorité, les élèves n’éprouveraient pas de plaisir à étudier les mathématiques.

En ce qui concerne les informations recueillies au sein des participants au projet spécial, on note une assez grande variabilité de la répartition filles / garçons selon les pays, tant pour ce qui concerne la scolarisation que pour le suivi d’études scientifiques ou mathématiques. Par contre, il semble qu’il y ait peu de variabilité dans la vision des mathématiques entre enseignants primaire / secondaire. C’est ce qui paraît se dégager de l’étude menée en Suisse sur de futurs enseignants du primaire et du secondaire, dont nous rappelons certaines des conclusions. « Les résultats obtenus montrent donc des opinions finalement assez contrastées. Les étudiants, dont nous rappelons que la plupart sont de futurs instituteurs, n’ont pas une vision des mathématiques qui se réduit aux seuls aspects de rigueur et de logique et leur accordent assez majoritairement une place dans la société, pour développer l’esprit critique, résoudre des problèmes. Une tendance à réduire l’enseignement des mathématiques à des tâches techniques se dégage, mais pas de façon nette ni réductrice. Avant de tester d’autres populations, nous avons voulu croiser les différentes réponses obtenues selon des techniques classiques d’analyse de données, pour tenter de mettre en évidence des corrélations entre certaines opinions et distinguer des sous-groupes dans la population testée. Ces tentatives n’ont rien donné de très conclusif. »

2. Les causes et/ou explications d’une inquiétude relative à une désaffection postulée

Plusieurs causes générales peuvent être avancées qui traduisent, chez les participants, une inquiétude sur l’avenir de l’enseignement des mathématiques : « désamour » manifesté par des élèves et qui serait provoqué par la discipline proprement dite, inégalité entre garçons et filles dans la poursuite des études ou la forme qu’elle prend, formation insuffisante des professeurs qui ont à enseigner les mathématiques, manière dont les mathématiques sont enseignées.

À propos du désamour…

Selon l'étude d'Establet, une des causes du désamour des élèves envers les mathématiques serait que celles-ci ne parlent pas du monde dans lequel on vit et sont plutôt vues comme une discipline utile pour accéder à une position sociale élevée à partir des études que l'on a suivies.

Selon les participants du groupe de travail, ce désamour pourrait être lié à un enseignement trop technique et qui se concentre sur l'acquisition de routines. Un tel enseignement ferait en sorte de ne pas s'attarder au « 'pourquoi » des choses et ne favoriserait donc pas la compréhension. L'idée que les problèmes apparaissent « trop long à rechercher », laquelle entre en conflit avec une idéologie de l'immédiateté, est aussi évoquée de même que le faible rapport rentabilité / coût que l'on pourrait résumer par la formule : « les maths, ça paie pas ! ». À cette explication, derrière laquelle pointe une vision des mathématiques comme étant une discipline difficile et / ou de sélection, le groupe ajoute que bien souvent les « situations-problèmes » proposées ou rencontrées dans les manuels ne revêtent que peu d'intérêt pour les élèves ou encore mobilisent trop de concepts simultanément ; ce qui contribue à démobiliser les élèves.

À propos de la répartition filles-garçons

En ce qui concerne la répartition filles-garçons en défaveur des filles, les explications proposées par les participants sont, dans ce cas encore, multiples. Elles relèvent néanmoins toutes des conditions sociales ou de la vision du rôle assigné aux femmes dans la société. Un constat tout d'abord : il existe peu de modèles féminins de scientifiques auxquels pouvoir s'identifier. Par ailleurs, dans certains pays, les conditions matérielles difficiles et les rôles importants assignés aux filles dans l'accomplissement des tâches domestiques au sein de la famille compromettent lourdement leur possibilité de réussir, voire de poursuivre, leurs études secondaires. On relève aussi une influence de l'intégration des stéréotypes masculin / féminin par le corps professoral ; ainsi que l'ont mis à jour les travaux en sociologie de l'éducation menés par M. Duru-Bellat ou C. Baudelot et R. Establet dans les années 1990 – 2000.

À propos de l'enseignement des mathématiques

Enfin, en ce qui concerne les causes relevant de l'enseignement des mathématiques proprement dit, les participants pointent de nombreuses lacunes dans les formations initiale et continue des professeurs. Ces lacunes se retrouvent soit au niveau de la formation mathématique, parfois jugée insuffisante, soit au niveau de la réflexion didactique, notamment en ce qui concerne la connaissance et l'appropriation par les professeurs des raisons d'être de certaines notions ou branches des mathématiques. Par voie de conséquence, les transpositions nécessaires, afin que les élèves rencontrent ces raisons dans l'enseignement, risquent de faire défaut. Dans ce sens, on souligne que les problèmes dans lesquels on engage les élèves sont trop souvent de faible utilité, isolés, sans avenir. Conscients qu'il est nécessaire pallier cette difficulté didactique, les participants du groupe relèvent les grandes difficultés pour concevoir des situations qui permettent de générer effectivement, dans le cadre d'une activité scientifique de la classe, le savoir mathématique à enseigner.

3. Des pistes de solution

Les solutions à mettre en avant sont contenues en filigrane dans le vaste éventail des causes précédemment identifiées au sein du groupe : les mathématiques doivent parler du monde aux yeux des élèves, la formation mathématique et didactique des enseignants doit être améliorée, les mathématiques enseignées doivent privilégier davantage le sens et moins la technique, la place des filles est à valoriser. Enfin, nombre de ces mesures nécessitent un investissement financier dans l'éducation plus important de la part des Etats.

Des mathématiques qui parlent du monde

En ce qui concerne l'enseignement de mathématiques qui parlent du monde aux yeux des élèves , il semble nécessaire de faire vivre dans les classes les finalités assignées à l'appropriation des savoirs mathématiques enseignés et de faire se confronter les élèves aux raisons d'être de ces mathématiques. En amont de l'enseignement, il est nécessaire que la société, à travers les structures qu'elle se donne, s'engage dans un travail d'identification ce qu'elle considère qu'il n'est pas permis d'ignorer, relevant donc du devoir des citoyens, et de ce dont chacun a le droit de ne pas être exclu, autrement dit de ce qui relève du droit à l'éducation mathématique.

La formation des futurs enseignants

Pour ce qui relève de l'amélioration de la formation mathématique et didactique, il est nécessaire d'engager les futurs enseignants, de même que ceux actuellement en poste, dans une réflexion épistémologique sur la finalité des mathématiques. Mais celle-ci serait incomplète sans la mise à disposition des enseignants d'un certain nombre d'outils didactiques pour le professeur lui permettant de concevoir des situations didactiques « efficaces ». Cette formation nécessite donc l'établissement d'un curriculum intégrateur et structurant alliant mathématiques, didactique et épistémologie.

Moins de technique, plus de sens

Un enseignement moins technique qui appelle la compréhension nécessite de son côté de faire davantage travailler le raisonnement à travers des situations de recherche pour la classe. Mais celles-ci manqueraient leur objectif si elles ne devaient être guère que des problèmes « gratuits » dont la seule motivation serait de chercher. Il est, dans ce cas encore, nécessaire d'intégrer ce volet relatif à la recherche par les élèves dans le cadre de l'enseignement des notions du programme afin que ce dernier soit finalisé par l'étude des mathématiques que la société a jugées utiles d'enseigner aux élèves.

Faire place aux filles

Inclure davantage les filles dans l'enseignement scientifique et mathématique suppose à la fois une volonté politique et la recherche des moyens, parfois financiers, permettant de les libérer des contraintes domestiques auxquelles elles sont soumises dans bien des pays représentés au sein du groupe de ce projet spécial. Cela passe aussi par le développement de modèles féminins de scientifiques ayant réussi dans ce domaine.

4. Pour l'avenir : Quels éléments aborder d'un point de vue didactique ?

La question qui se pose à la fin de ces journées consacrées au projet spécial sur la désaffection envers l'étude des mathématiques est celle de la poursuite de la réflexion et la recherche sur ce thème. On ne peut en effet tout étudier parce que c'est un problème vaste qui engage des réflexions à partir de multiples champs d'expertise tels que la sociologie, la psychologie, la philosophie, les politiques d'Etats… Notre spécialité est celle de l'enseignement des mathématiques. Comment celle-ci peut-elle nous aider à décrire un type de désaffection, à en identifier des causes et à proposer des pistes de solutions ? En d'autres termes, s'il faut faire un choix parmi tous les sujets qui sont ressortis de ce projet spécial, la question cruciale concerne maintenant l'entrée à partir de laquelle nous devrions désormais cibler notre travail. Ainsi, le choix d'une ou deux pistes d'entrée et leur étude approfondie pourrait constituer un premier pas dans la poursuite du travail du projet spécial sur la désaffection initié au colloque de Dakar.